Métodos de Busca Informada (best first search)

Capítulo 4
Parte I

Leliane Nunes de Barros

leliane@ime.usp.br

Busca não informada: geração sistemática de estados

- **Busca em profundidade**:
  - boa quando não se deseja encontrar a solução ótima (em especial, se existem múltiplas soluções); economia de espaço.
  - ruim se não existir um estado meta naquela sub-árvore; se compromete muito com um ramo específico da árvore.
- **Busca em largura**:
  - não se compromete com um ramo específico mas consome muita memória e tempo.
- **Propriedades das estratégias de busca:**
  - completeza: visita todos os nós (garantia de se encontrar uma solução, se ela existir).
  - sistematicidade: nunca visita um nó duas vezes.

Questão

- Como podemos modificar os algoritmos gerais de busca para incluir mais conhecimento sobre o problema?

  (mais conhecimento: que vá além do que está na descrição do problema, isto é, descrição de estado, ações, função custo e teste de estado meta)

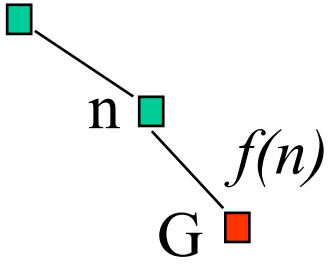
Busca informada: *Best-first Search*

- procedimento não sistemático => prefere selecionar nós que "prometem" dirigir a busca mais rapidamente ao estado meta.
- usa informação específica do domínio que indica qual "parece" ser o melhor caminho para se atingir o estado meta, ou seja, o próximo melhor nó a ser expandido.

Best-first Search

Conhecimento específico do problema => função de avaliação *f(n)*:

- incorpora uma estimativa do custo do caminho entre o nó corrente e o estado meta
- recebe descrições de estados e devolve um valor real
- convenção: valores menores de *f(n)* indicam os melhores nós; f(G)=0



Best-first Search

- introduz conhecimento na estratégia geral de busca (QUEUING-FN)
- expande primeiro o nó “aparentemente melhor” (o nó que possue a melhor avaliação).
- termina quando o nó a ser expandido for o estado meta.

Best-First Search

função *BestFirstSearch*(*problema*, *estratégia*) **devolve** uma solução, ou falha

inicializa a árvore de busca com o estado inicial do *problema*

laço faça

se não há mais candidatos para expandir **então devolve** falha

escolha o primeiro nó da lista de nós terminais

se o nó contém um estado meta **então devolve** a solução

senão expanda o nó de acordo com a *estratégia*

fim

Obs: *estratégia* = QUEUING-FN (ordenação da fila de acordo com uma função de avaliação)

Questão

Best-First Search expande sempre o melhor nó primeiro?

- Se soubessemos qual é o melhor nó, não haveria busca!

Família de algoritmos BFS

- Busca de Custo Uniforme (ou de melhor custo)
- Greedy Best-First Search (busca gulosa)
- Busca A*
- Busca IDA*

Função de avaliação - custo uniforme

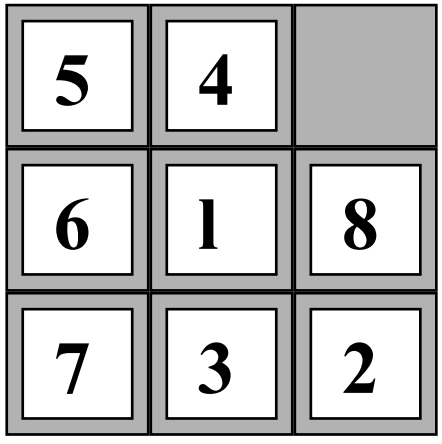
- Podem incorporar informação sobre o custo da solução
- Exemplo: Busca de Custo Uniforme
  - $f(n) = g(n)$: estimativa do custo do caminho
  - não dirige a busca para a solução

Função heurística *h(n)*

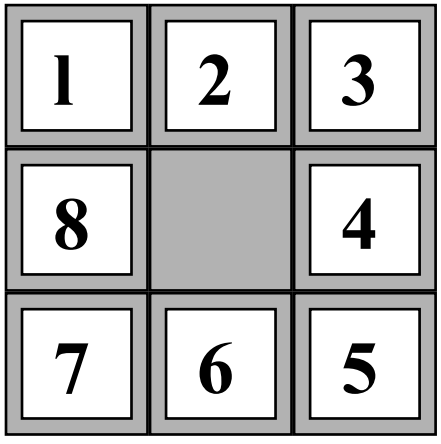
- *f(n)* = *h(n)* ⟶
  - *h(n)*: estimativa do custo do caminho que leva a solução
  - *h(n)* = 0 se *n* é o estado meta
- constrói-se uma *h(n)* específica para o problema

Função de avaliação para o 8-puzzle

Quais seriam algumas funções de avaliação para o 8-puzzle ?



Estado corrente

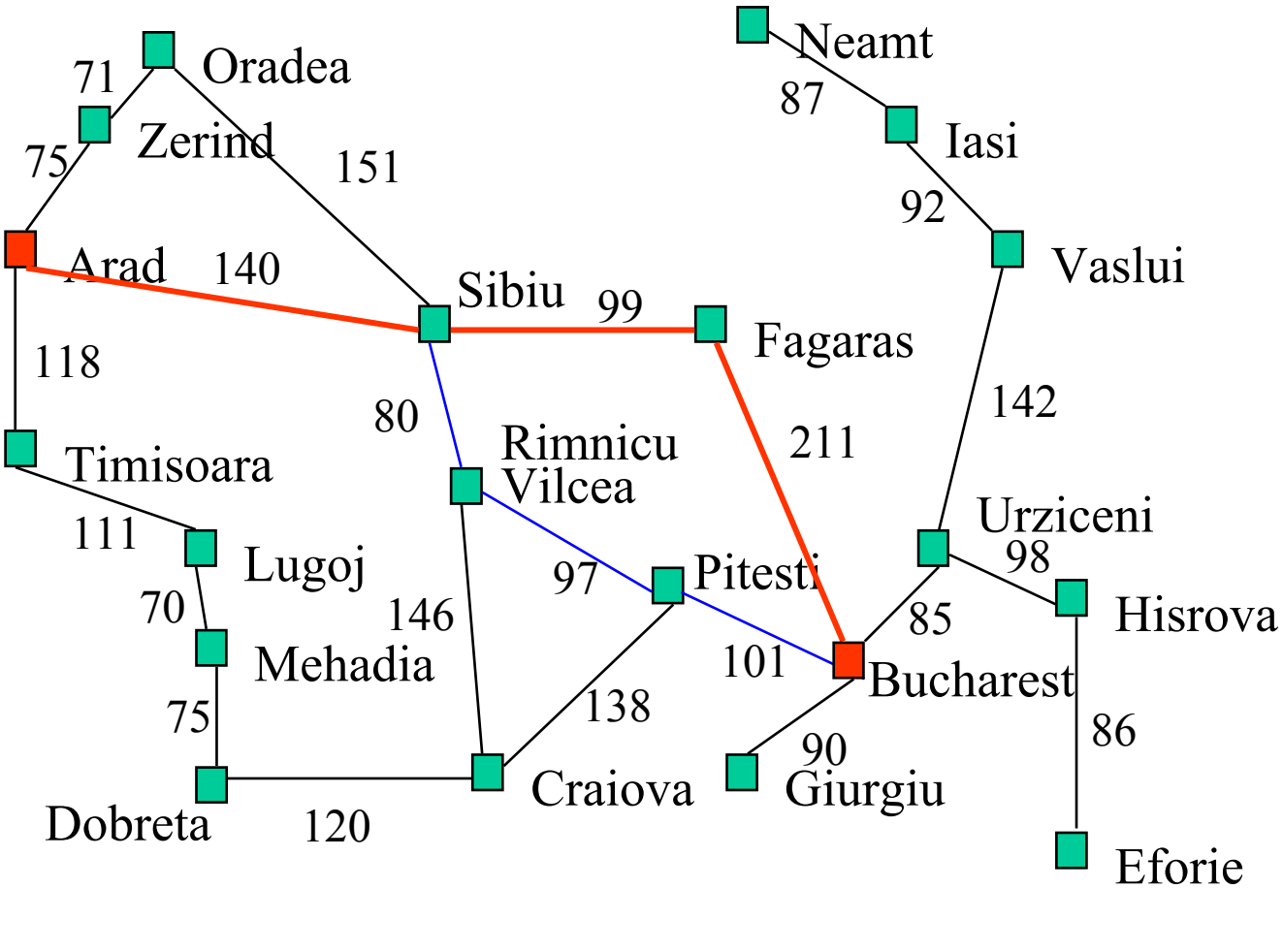


Estado meta

Greedy Best-First Search

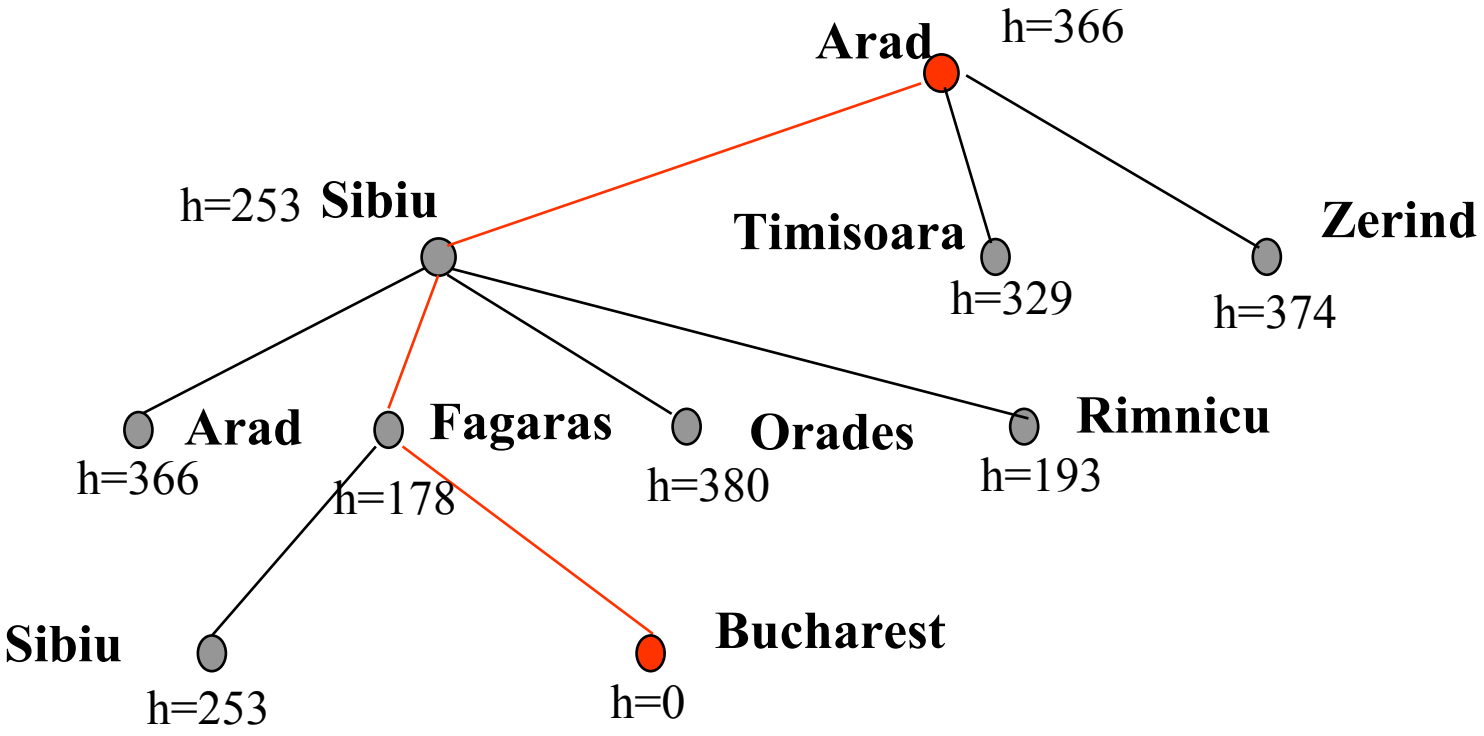
- algoritmo *Best-first Search* que usa *h* para selecionar nós a serem expandidos
- minimiza o custo estimado para se atingir o estado meta (*h(G)*)
- tenta encontrar uma solução rápida mas que nem sempre é a ótima (algoritmo não ótimo)
- como o *DFS:* não completo
- como na *BrFS:* guarda todos os nós gerados
- complexidade de tempo e espaço $O(b^m)$ - pode ser reduzida com uma boa função heurística (depende fortemente da heurística)

Exemplo 1: ir de Arad para Bucharest



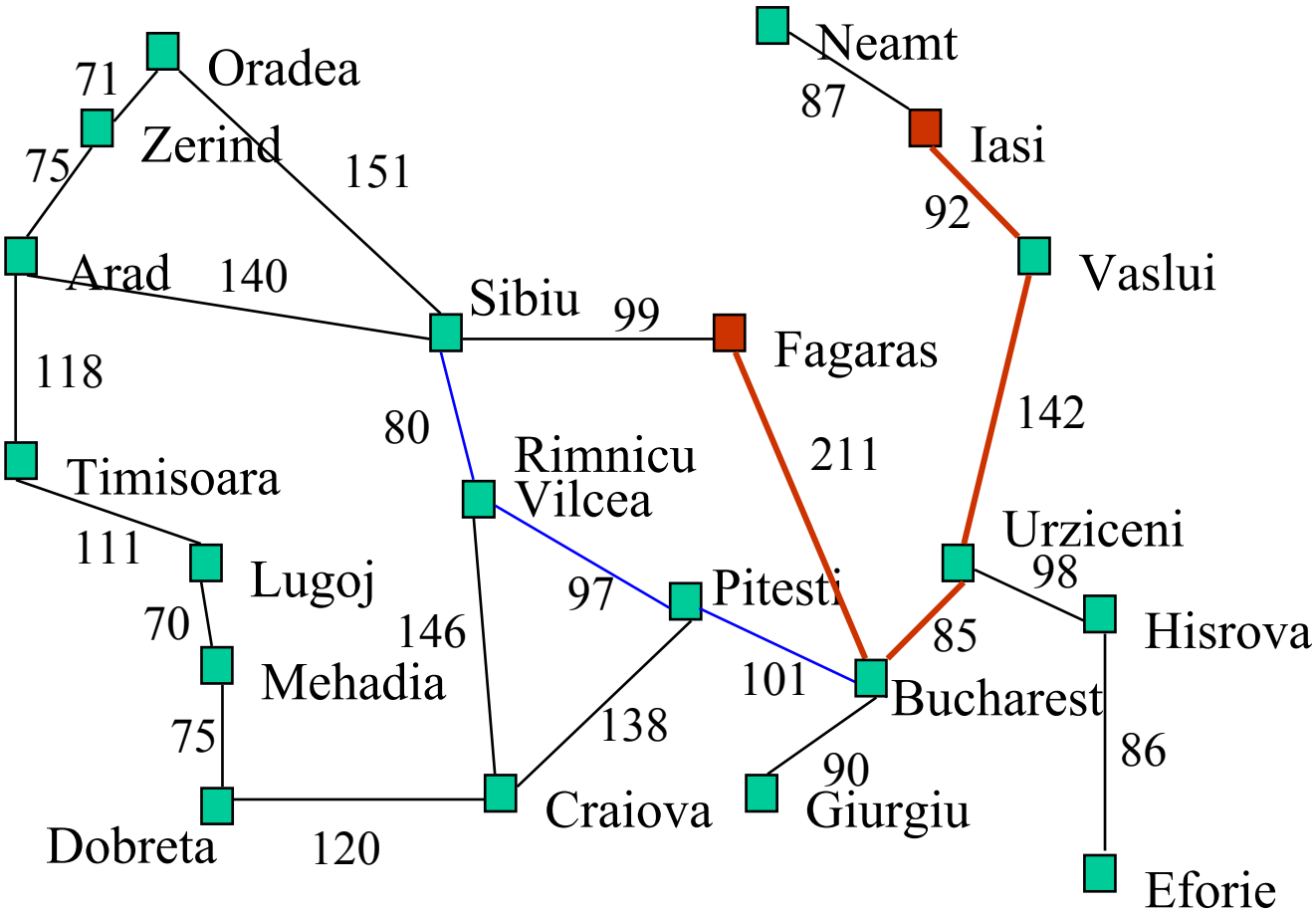
Arad	**36**
Bucharest	
Craiova	**16**
Dobreta	**24**
Eforie	**16**
Fagaras	**17**
Giurgiu	**7**
Hirsova	**15**
Iasi	**22**
Lugoj	**24**
Mehadia	**24**
Neamt	**23**
Oradea	**38**
Pitesti	**98**
Rimnicu Vilcea	**19**
Sibiu	**25**
Timisoara	**32**
Vaslui	**25**

Espaço de busca



h(n): distância à cidade de destino em linha reta

Exemplo 2: ir de Iasi para Fagaras



Arad	**36**
Bucharest	
Craiova	**16**
Dobreta	**24**
Eforie	**16**
Fagaras	**17**
Giurgiu	**7**
Hirsova	**15**
Iasi	**22**
Lugoj	**24**
Mehadia	**24**
Neamt	**23**
Oradea	**38**
Pitesti	**98**
Rimnicu Vilcea	**19**
Sibiu	**25**
Timisoara	**32**
Vaslui	**25**

Busca A*

- Combina busca de custo uniforme com busca heurística
- $f(n) = g(n) + h(n)$
  - $g(n)$ = custo gasto até n
  - $h(n)$ = custo estimado para atingir a meta a partir de n
  - $f(n)$ = custo estimado do caminho que passa por n para atingir o estado meta
- A* é uma estratégia de busca completa e ótima

Busca A*

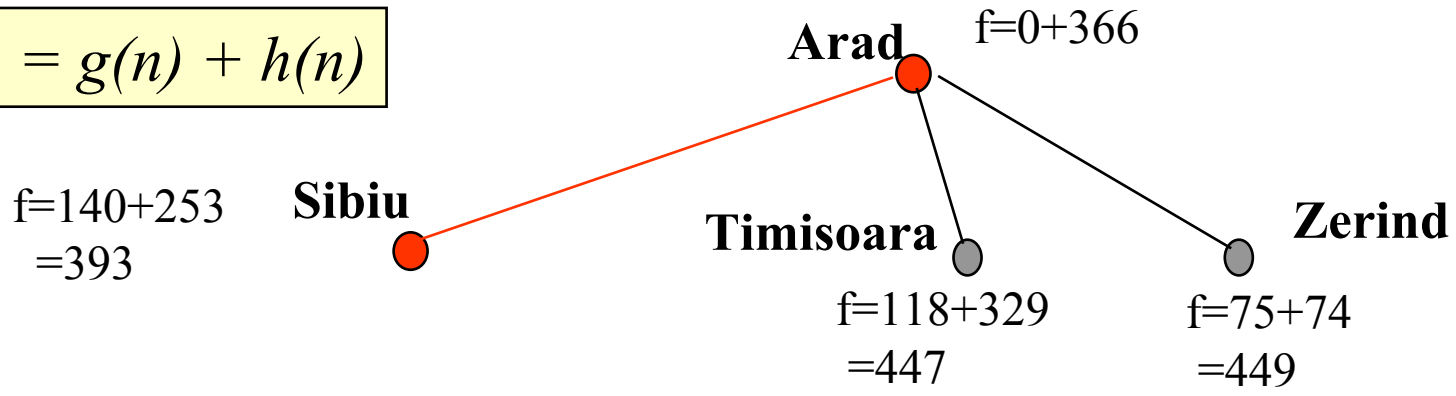
A* usa uma heurística admissível:

– *h* não deve superestimar o custo real para se alcançar a solução: ***heurística admissível*** (otimista).
Ex.: distância em linha reta.

$h(n) \leq h^*(n)$, sendo $h^*(n)$ o custo real a partir de n

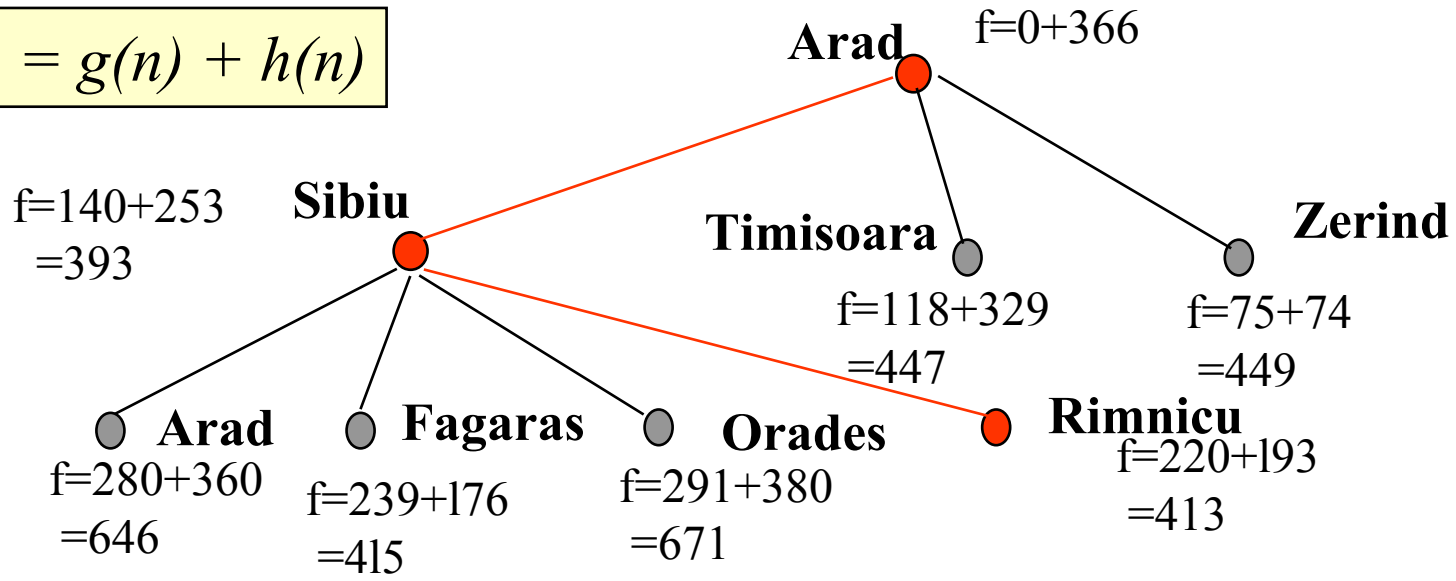
Espaço de busca

$f(n) = g(n) + h(n)$



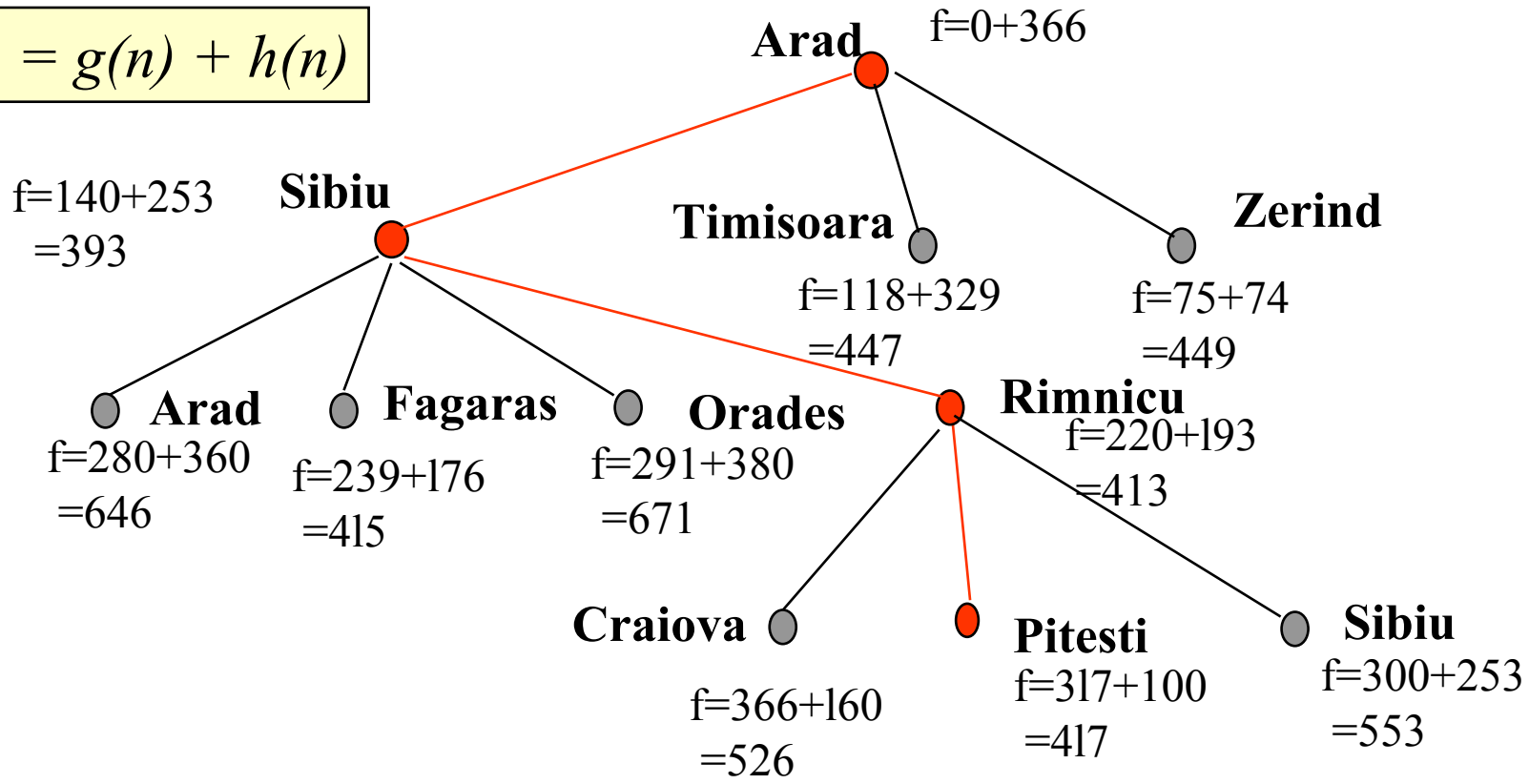
Espaço de busca

$f(n) = g(n) + h(n)$

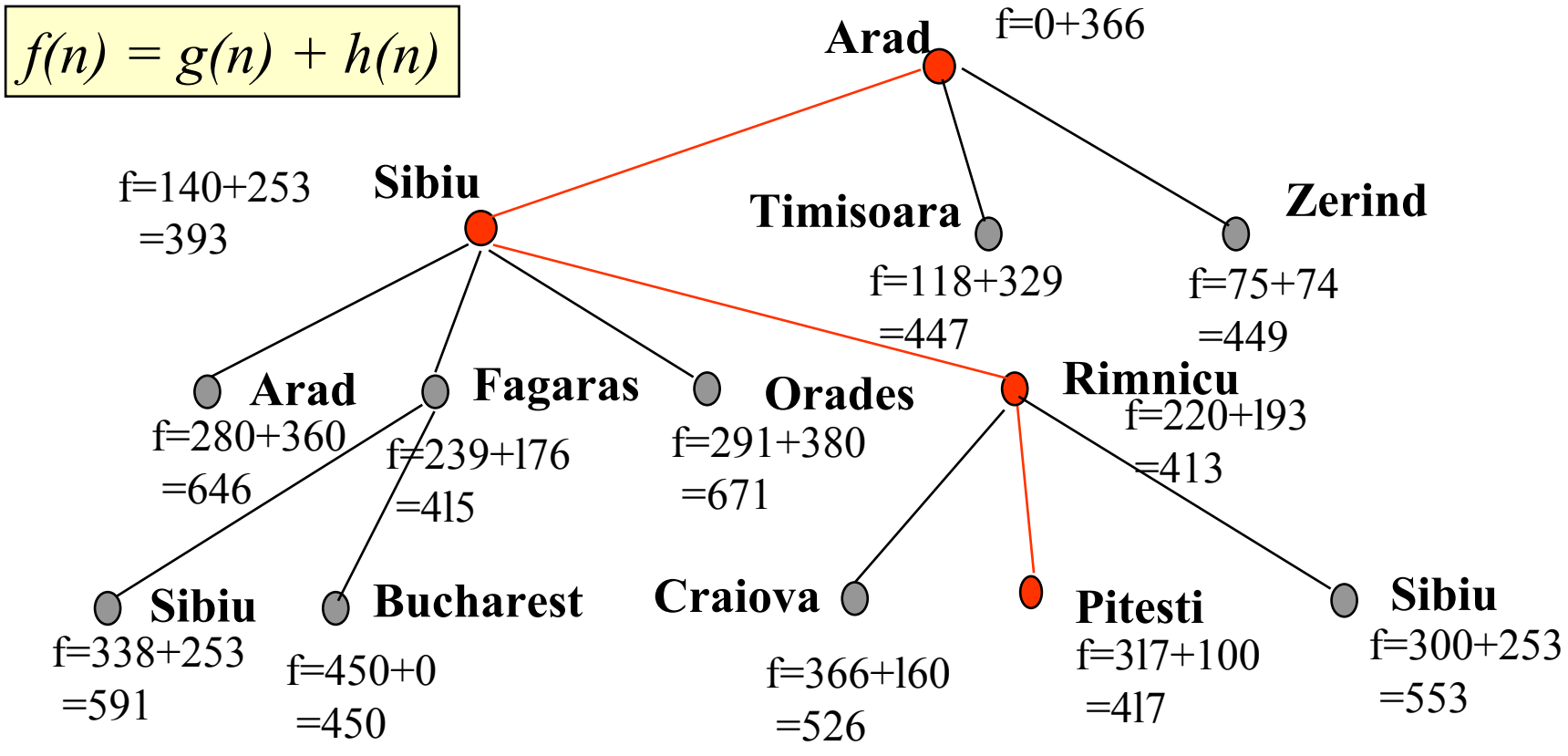


Espaço de busca

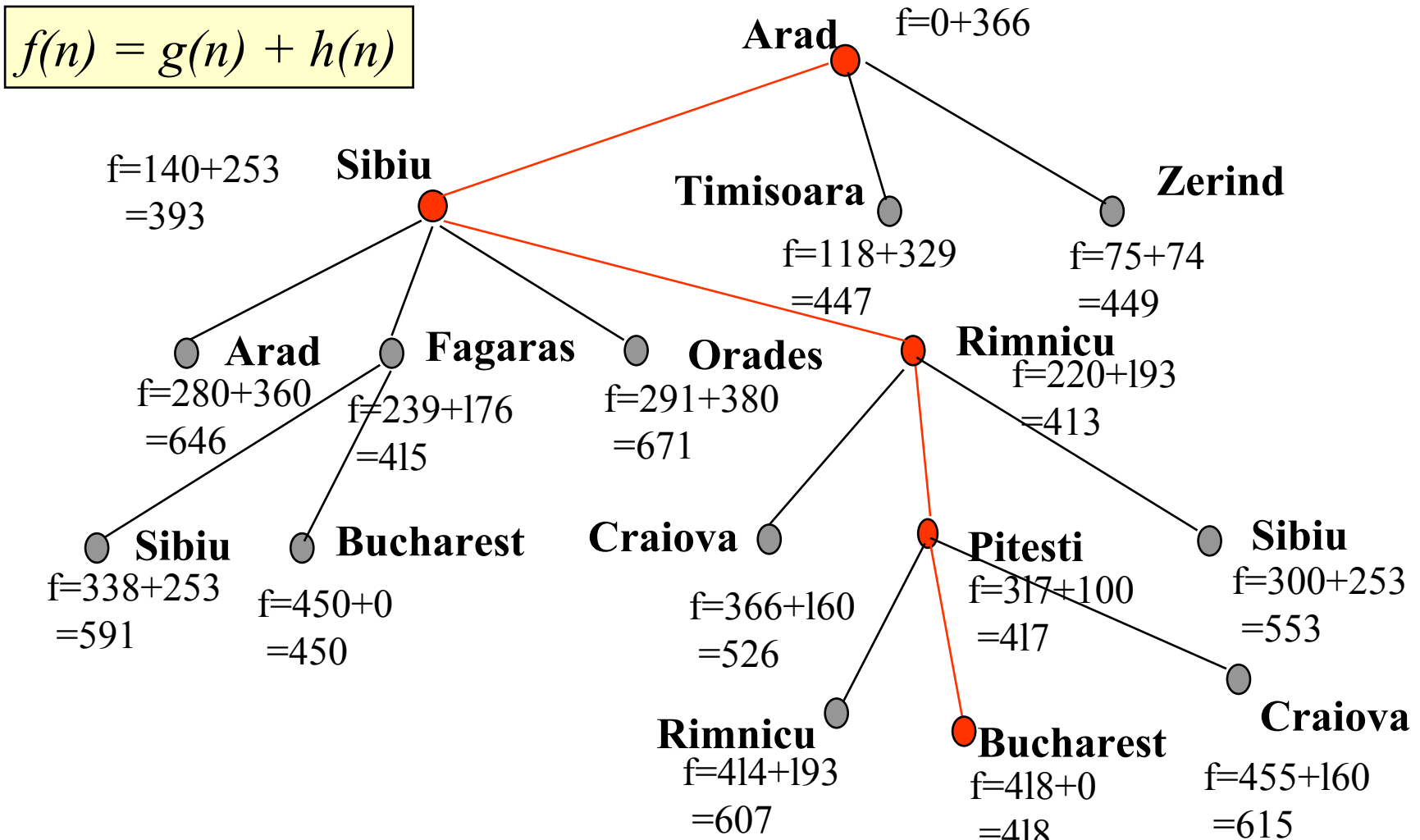
$f(n) = g(n) + h(n)$



Espaço de busca



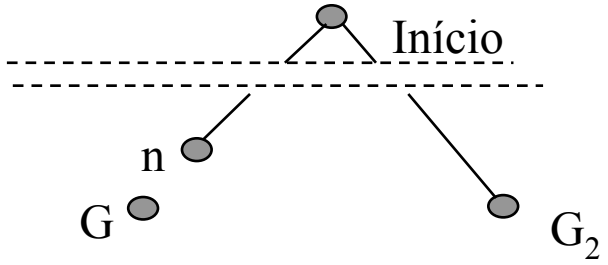
Espaço de busca



Busca A* - generalização

g(n)	h(n)	características
1	0	*BrFS*
custo	0	*Uniform Cost Search*
0	0	*random search*
0	$h(n) \neq 0$	Greedy best-first
g(n)	admissível	busca ótima de acordo com g(n)

A* encontra a solução ótima



- Seja G o estado meta ótimo e C^* o custo da solução ótima
- Seja G_2 o estado meta sub-ótimo, isto é:

$$f(G_2) = g(G_2) + h(G_2) = g(G_2) > C^*$$

- Seja n um nó folha no caminho de G (que deixou de ser expandido pela busca que encontrou a solução em G_2). Supondo que n não é escolhido quando comparado com G_2, temos:

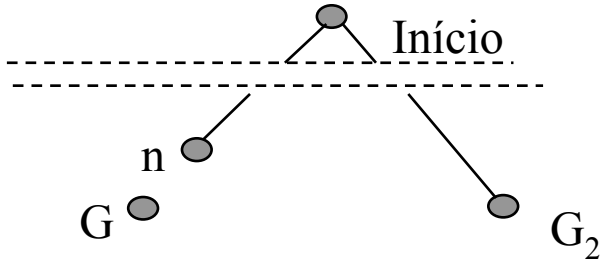
(1) sendo h admissível: $f(n) \leq C^*$

(2) n não é expandido: $f(G_2) \leq f(n)$

de (1) e (2): $f(G_2) \leq C^*$

como $f(G_2) = g(G_2)$: $g(G_2) \leq C^*$

A* encontra a solução ótima



- Seja G o estado meta ótimo e C^* o custo da solução ótima
- Seja G_2 o estado meta sub-ótimo, isto é:

$$f(G_2) = g(G_2) + h(G_2) = g(G_2) > C^*$$

- Seja n um nó folha no caminho de G (que deixou de ser expandido pela busca que encontrou a solução em G_2). Supondo que n não é escolhido quando comparado com G_2, temos:

(1) sendo h admissível: $f(n) \leq C^*$

(2) n não é expandido: $f(G_2) \leq f(n)$

de (1) e (2): $f(G_2) \leq C^*$

como $f(G_2) = g(G_2)$: $g(G_2) \leq C^*$

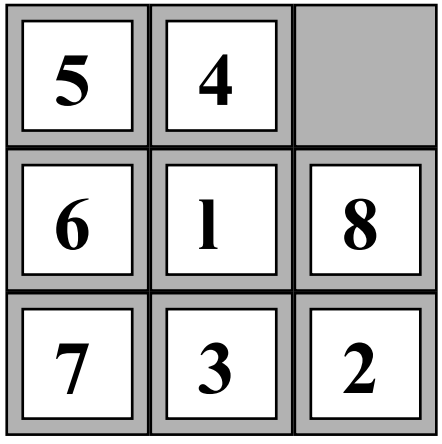
contradição

Exercício 1:

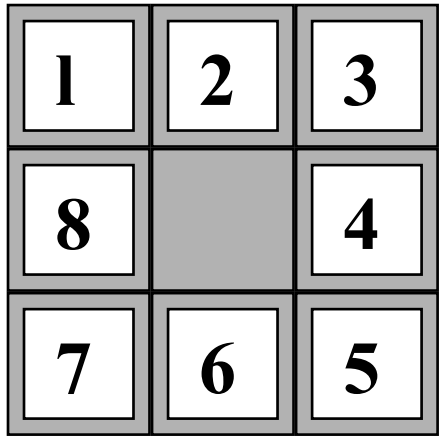
- Data de entrega: para o dia 11/09/2007
- Provar o seguinte teorema:
  - Se h*(s) - h(s) for igual a uma constante para todo s diferente do estado meta, então a busca apresenta uma complexidade linear.

Heurísticas para o 8-puzzle

- solução típica possui 20 passos
- fator de ramificação: 3 ou 4 $\Rightarrow \approx 3^{20} \Rightarrow \approx 3.5\ 10^9$
- função heurística que nunca superestima a distância à meta ?



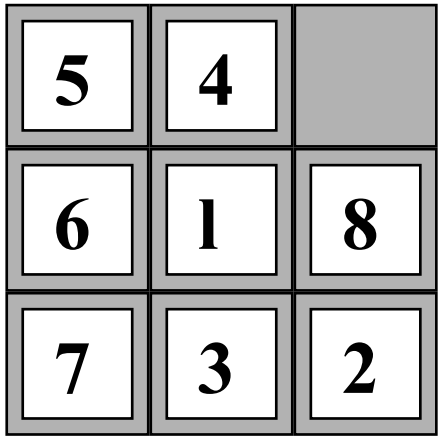
Estado Inicial



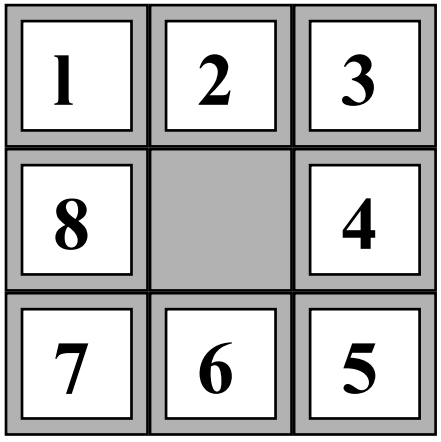
Estado Meta

8-puzzle: Heurísticas admissíveis

$h_1(n)$ = número de pastilhas no lugar errado
$h_2(n)$ = total das distâncias de Manhattan



Estado Inicial

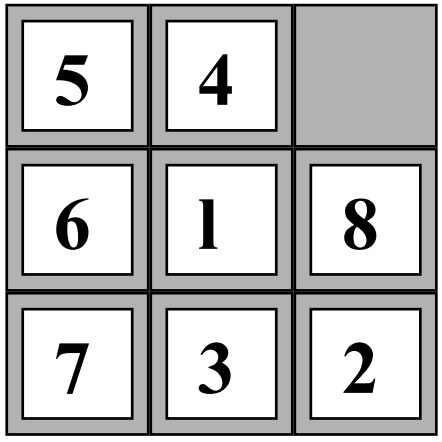


Estado meta

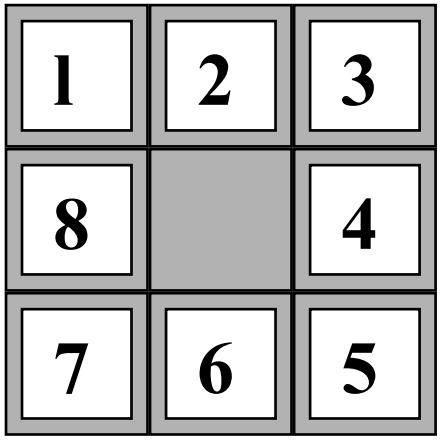
$h_1(I)$ = ?
$h_2(I)$ = ?

8-puzzle: Heurísticas admissíveis

$h_1(n)$ = número de pastilhas no lugar errado (admissível)
$h_2(n)$ = total das distâncias de Manhattan (admissível)



Estado Inicial



Estado Meta

$h_1(I) = 7$
$h_2(I) = 2 + 3 + 3 + 2 + 4 + 2 + 0 + 2 = 18$

Teste de função heurística

Se $h_2(n) \geq h_1(n)$ para todo n

então h_2 domina h_1 e é melhor para a busca (expande mais nós onde $f(n) < f^*$)

Exemplos :

d = 14 IDS = 3.473.941 nós

A* (h_1) = 539 nós

A* (h_2) = 113 nós

d = 24 IDS = muitos nós!

A* (h_1) = 39.135 nós

A* (h_2) = 1.641 nós

Como “inventar” uma boa heurística?

Heurísticas admissíveis podem ser derivadas a partir do custo da solução exata de uma versão relaxada do problema (menos restrita)

- **Versão 1**: as pastilhas podem se mover para qualquer casa $\Rightarrow$ $h_1(n)$
- **Versão 2**: as pastilhas podem se mover para qualquer casa adjacente (incluindo casas ocupadas) $\Rightarrow$ $h_2(n)$

ASOLVER: gerador automático de heurísticas

- Problema descrito em linguagem formal
- Exemplo de três problemas relaxados com a remoção de 1 ou mais condições:

  (a) mover de A para B ***se*** A é adjacente a B

  (b) mover de A para B ***se*** B está vazio

  (c) mover de A para B
- ABSOLVER gerou a melhor heurística para o 8-puzzle e a primeira heurística útil para o Cubo Mágico

A melhor heurística

- Heurísticas admissíveis:

$$h_1(n),\ \ldots,\ h_m(n)$$

- Heurística composta

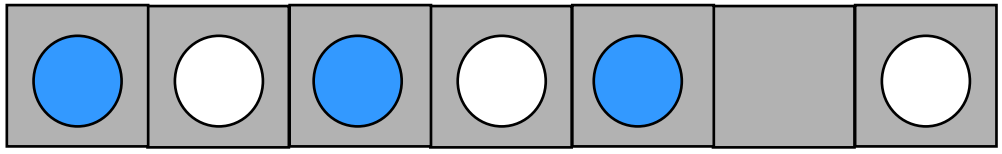
$$h(n) = max(\ h_1(n),\ \ldots,\ h_m(n)\ )$$

- Análise estatística da execução do método com diferentes heurísticas para um número grande de casos

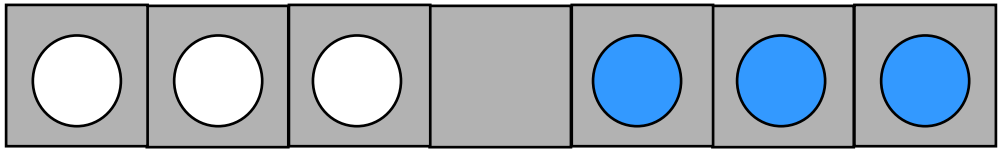
Custo da função heurística

- Suposição: custo de se calcular *h(n)* = ao custo de se expandir um nó
- nem sempre minimizar o número de nós a serem expandidos com uma boa heurística é uma boa escolha ==> o cálculo de *h(n)* pode ser equivalente a expandir centenas de nós
- uma heurística precisa: heurística que faz busca em largura "*on the fly*"!!
- Uma boa heurística deve ser eficiente e precisa!

Função heurística para régua-puzzle



Estado corrente



Estado Meta

Exercício 2:

- Data de entrega: para o dia 11/09/2007
- Quais seriam algumas funções heurísticas para o régua-puzzle? Prove que elas são admissíveis.

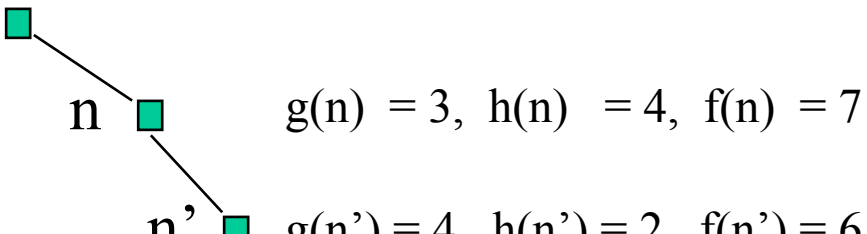
Algumas variações do A*

- Apesar da existência de algoritmos de busca informada, alguns problemas são realmente difíceis por natureza
- Dois algoritmos utilizados para economizar memória.
  - IDA* extensão da Busca em Profundidade Iterativa (IDS) que usa informação heurística
  - SMA*, é similar ao A*, mas restringe o tamanho da lista de nós para caber na memória disponível.

Busca A*

- A função de avaliação deve ser monotônica!
- Funções com heurísticas admissíveis, em geral, são monotônicas
- Pode existir uma heurística não monotônica: *f(n)* decresce. Para eliminar problemas desse tipo devemos usar o custo do pai ao invés do calculado para o seu sucessor, ou seja:

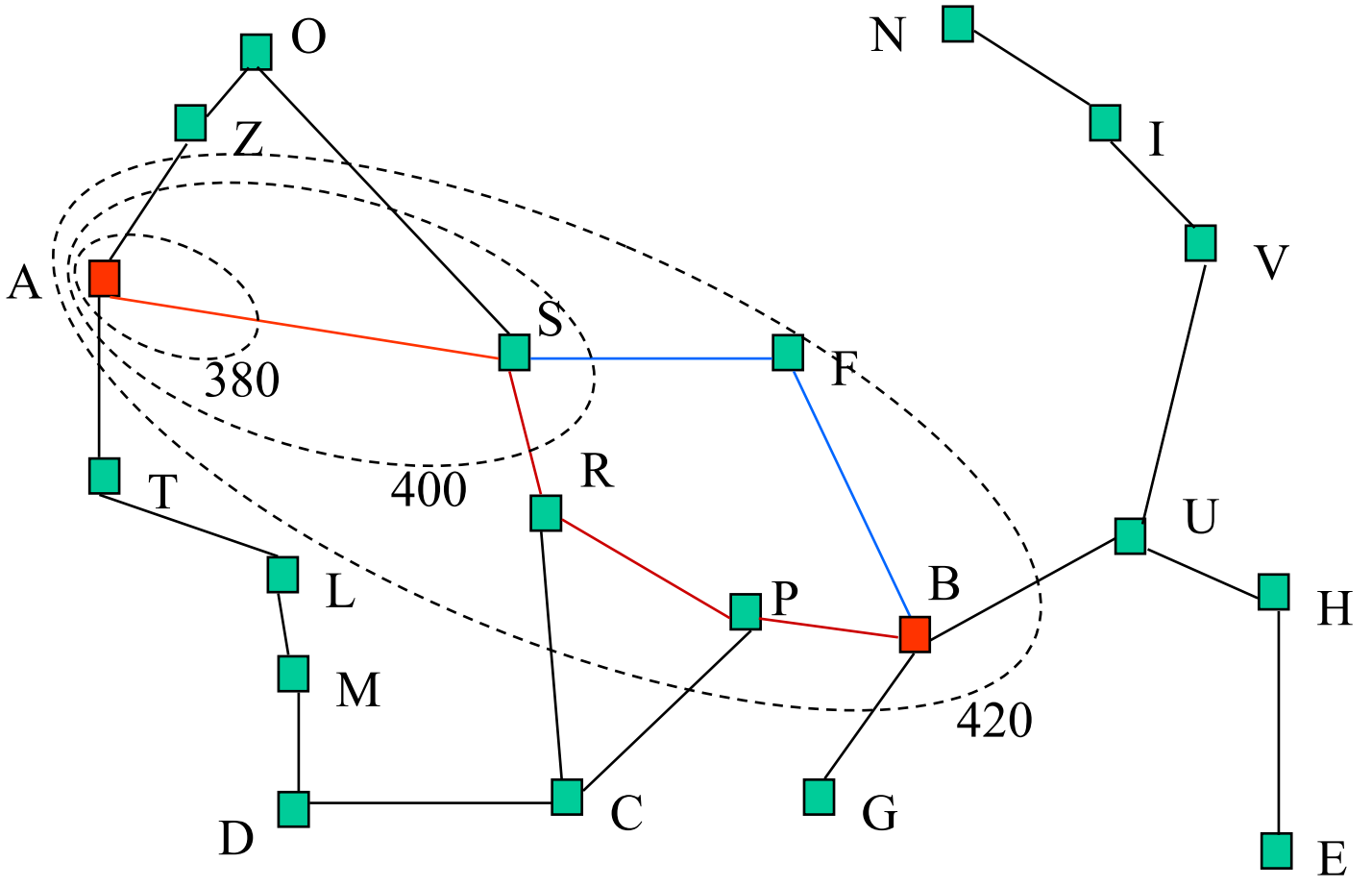
$f(n') = max(f(n), g(n') + h(n'))$ (equação do ***pathmax***)



Contorno no espaço de estados

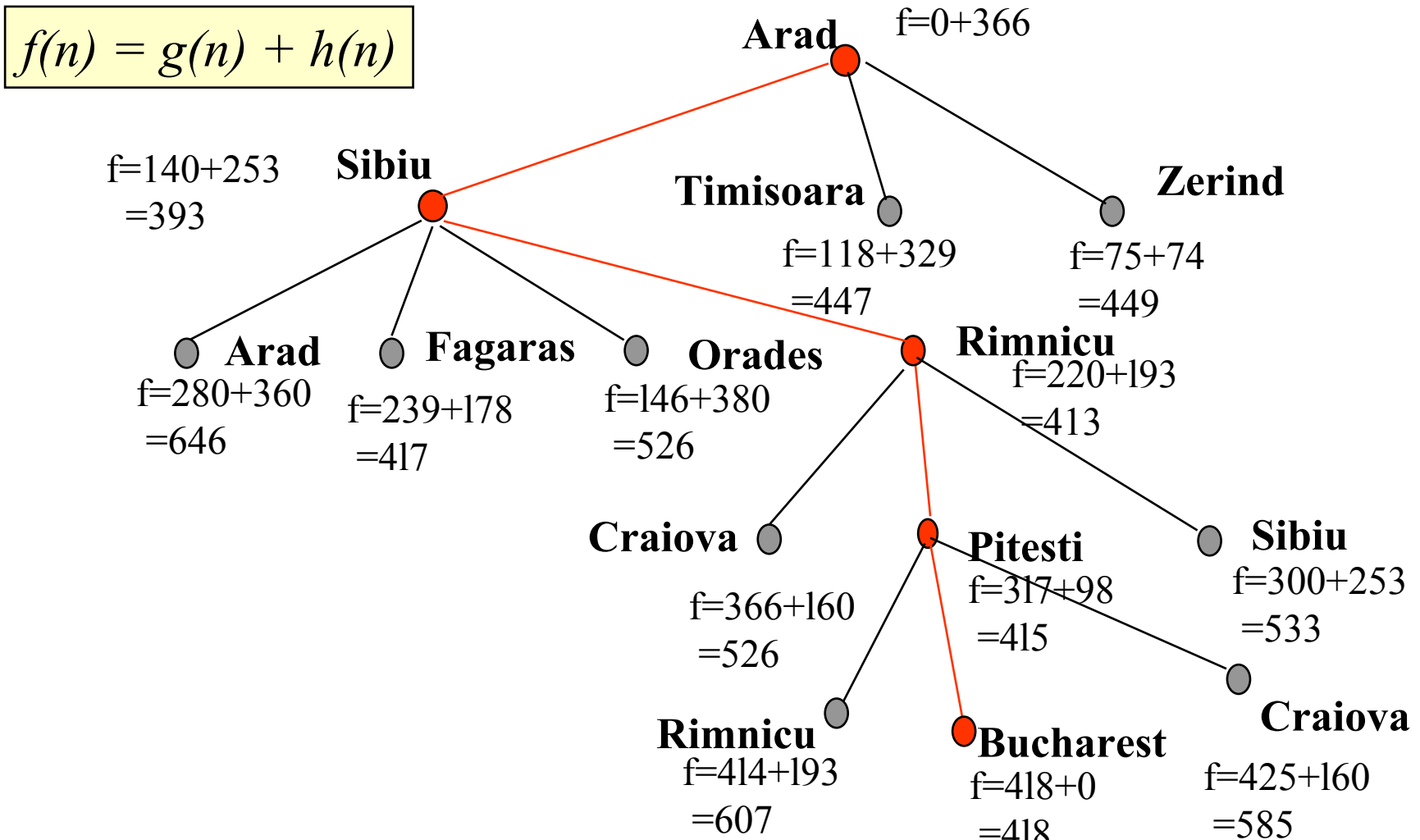
- Garantindo que f nunca decresce (monotonicidade), podemos desenhar **contornos** no espaço de busca

Contornos no espaço de estados



Note como os contornos se "esticam" em direção à meta.

Espaço de busca



Busca A*

- Para f^* sendo o custo do caminho da solução ótima, A* expande todos os nós com $f(n) < f^*$.
- A* pode expandir alguns nós dentro do contorno do estado meta antes de selecionar o estado meta ==> a primeira solução encontrada é a ótima
- nenhum outro algoritmo garante expandir menos nós do que A*

Busca em Profundidade Iterativa A* (IDA*)

- IDS reduz requisitos de memória.
- Em IDA* cada iteração é DFS, como na busca IDS.
- Ao invés de adotar valores crescentes de profundidade limite, IDA* adota valores crescentes da função de avaliação como limite.
- a cada iteração expande-se todos os nós dentro de um **contorno** no espaço de estados.

O algoritmo IDA*

Função IDA* (*problema*) **devolve** *a sequência da solução*

Entradas: *problema*

Variáveis locais: *f-limite* (limite atual de *f*)

raiz (um nó)

raiz ⟵ Faça-nó (Estado-Inicial(*problema*))

f-limite ⟵ *f(raiz)*

laço faça

solução, *f-limite* ⟵ DFS-contorno(*raiz*, *f-limite*)

Se *solução* não nula **então devolve** *solução*

Se *f-limite* = ∞ **então devolve** falhou; fim

Função DFS-contorno

Função DFS-contorno(*nó*, *f-limite*) **devolve** *a solução e um novo f-limit*

Entradas: *nó, f-limite* (limite corrente)

Variáveis estáticas: *next-f* (próximo valor de *f-limite*, inicialmente ∞)

Se *f[nó] > f-limite* **então devolve** nulo, *f(nó)* */*mudou de contorno**

Se Testa-meta(*nó*) **então devolve** *nó*, *f-limite* */*achou colução */*

Para cada nó *s* **em** Sucessores(*nó*) **faça**

solução, *new-f* ⟵ DFS-contorno(*s*, *f-limite*)

Se *solução* não nula **então devolve** *solução, f-limite*

Senão *next-f* ⟵ Min(*new-f, next-f*); **fim**

devolve nulo, *next-f* */*busca em contorno maior*/*

IDA*

completo e ótimo como A*

porque usa DFS requer espaço proporcional ao caminho mais longo a ser explorado

complexidade de tempo depende do cálculo da heurística

Em geral, *f* cresce 2 ou 3 vezes

IDA* guarda menos nós que A* e encontra a solução ótima mais rapidamente (não usa lista de prioridades)

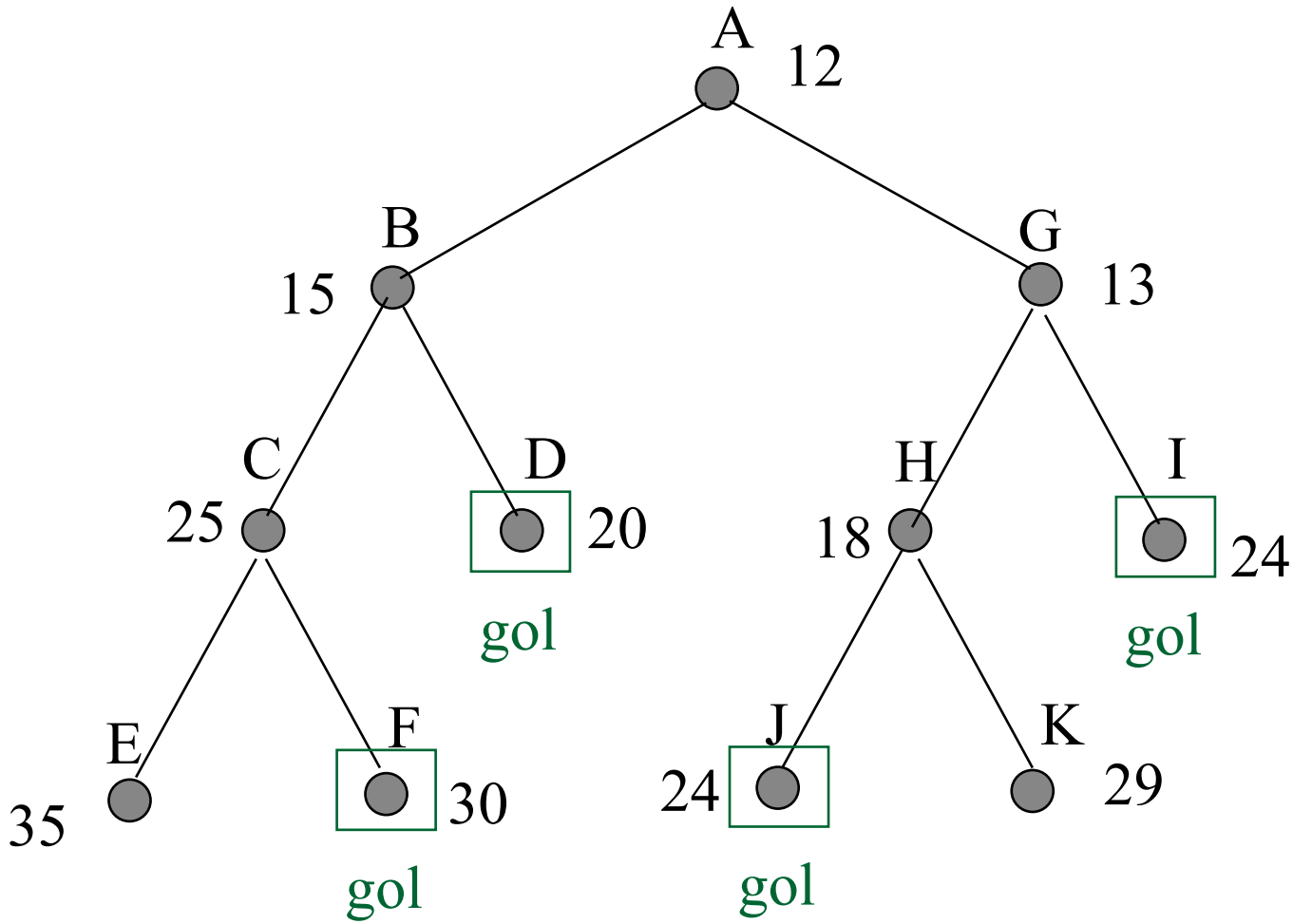
SMA* - **S**implified **M**emory-**B**ounded **A***

- somente usa a memória disponível para busca (quanto mais memória disponível, melhor a eficiência)
- evita explorar nós repetidos
- é completo se houver memória para guardar o caminho da solução de menor profundidade
- é otimo se houver memória para guardar o caminho da solução ótima
- melhor desempenho que A* (se existir suficiente memória disponível)

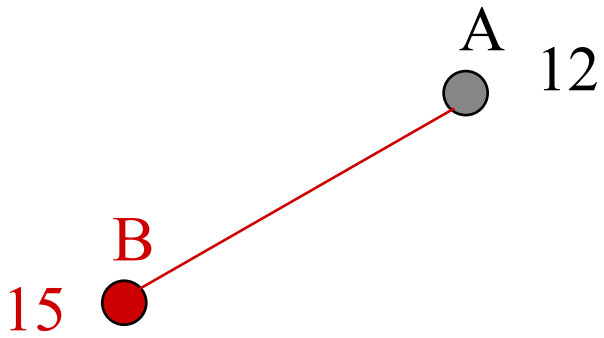
SMA* - estratégia

- para gerar um sucessor sem existir espaço na memória: joga fora nós com alto *f-cost* (*nós esquecidos*)
- guarda nos nós ancestrais informação sobre a qualidade do melhor caminho da sub-árvore esquecida
- somente regenera a sub-árvore esquecida quando todos os outros caminhos se mostraram piores que o caminho esquecido

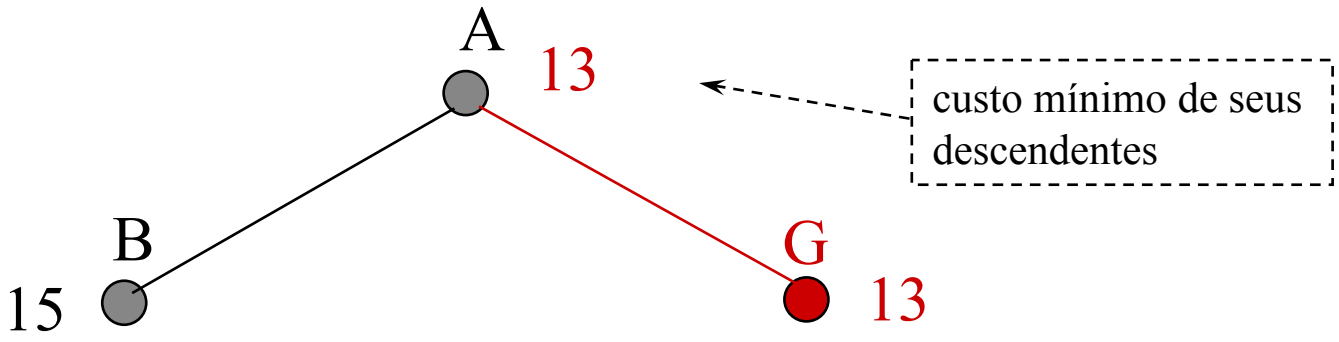
SMA* - com memória de três nós



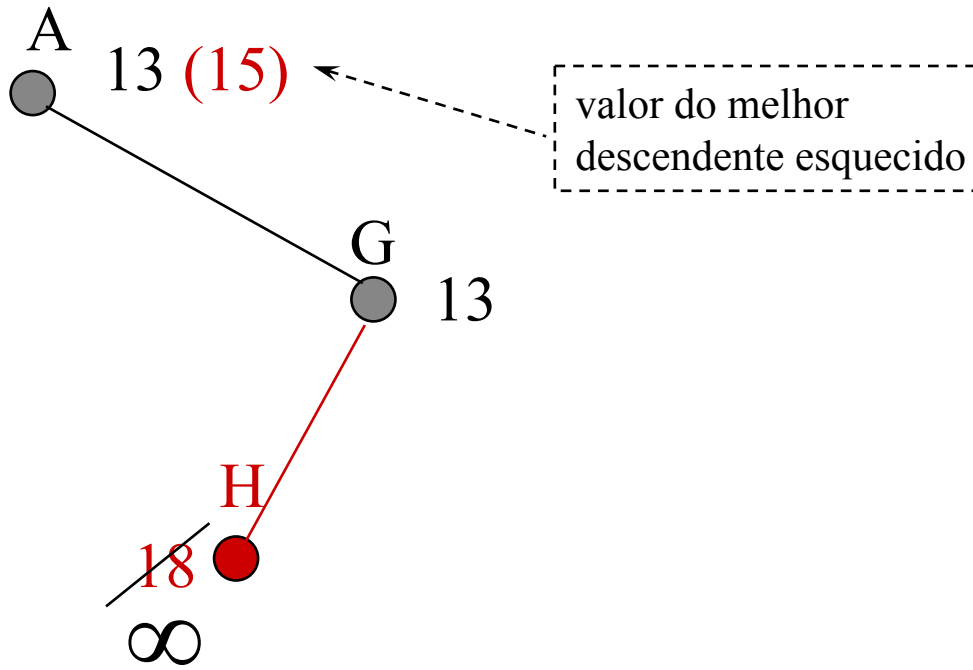
SMA* - progresso



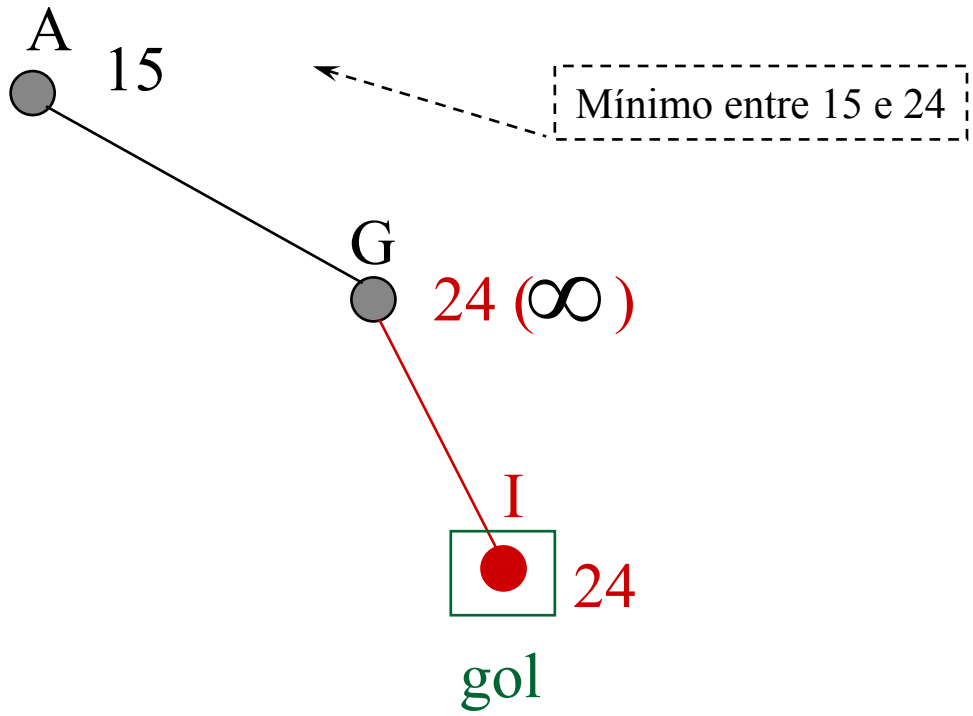
SMA* - progresso



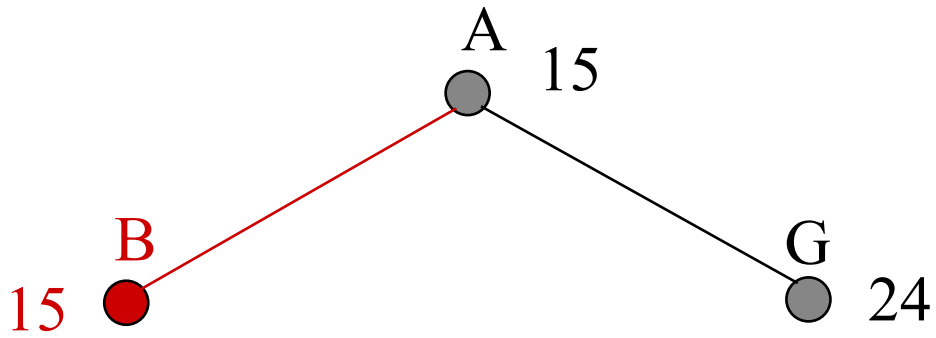
SMA* - progresso



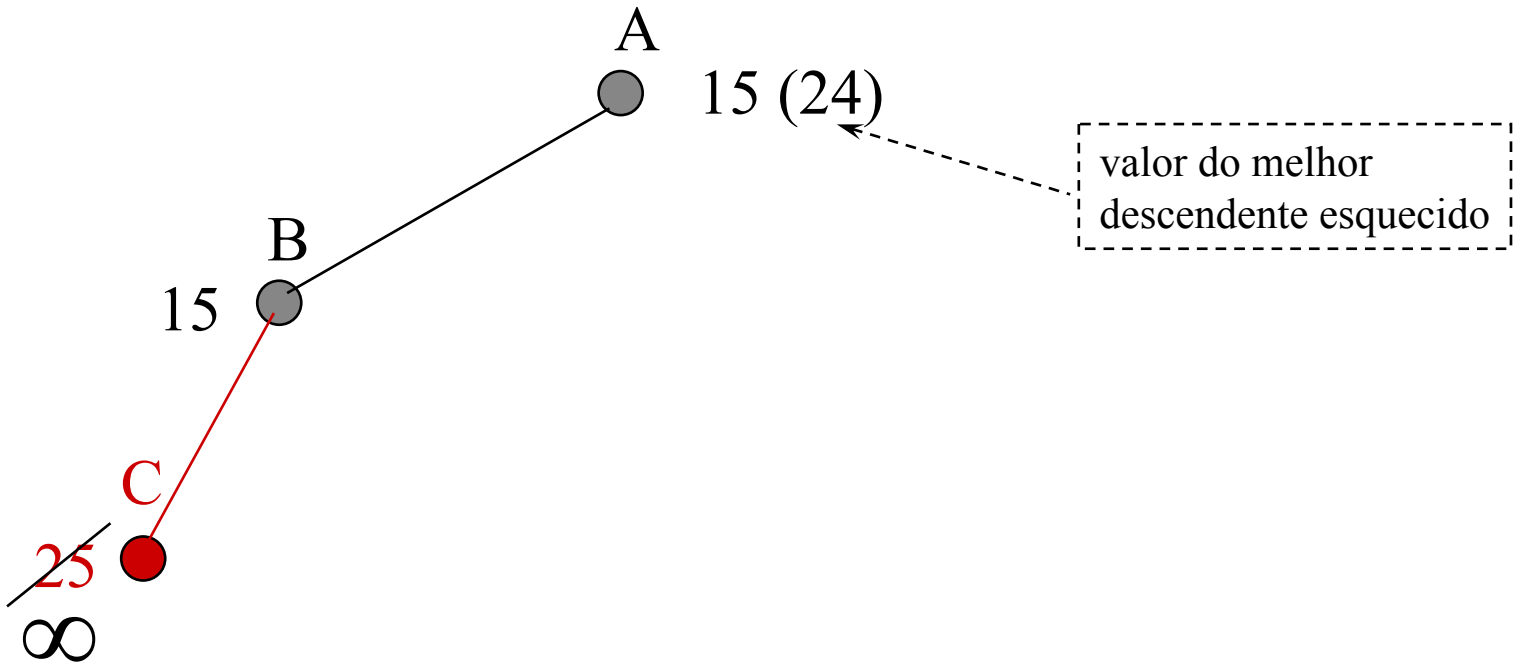
SMA* - progresso



SMA* - progresso



SMA* - progresso



SMA* - progresso