

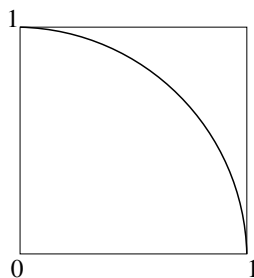
Introdução à Computação

Prof. Roberto Hirata Jr. e Walter Figueiredo Mascarenhas

Primeiro Exercício Programa – Data de entrega: 28/10/2004

O objetivo desse exercício programa é calcular um valor aproximado do número π pelo método de Monte Carlo.

Seja Q um quadrado de lado 1 definido pelo subconjunto $[0, 1] \times [0, 1]$ do plano. Seja C o semi-círculo definido em Q com centro na origem $(0, 0)$ e raio 1. A figura abaixo ilustra o semi-círculo C .

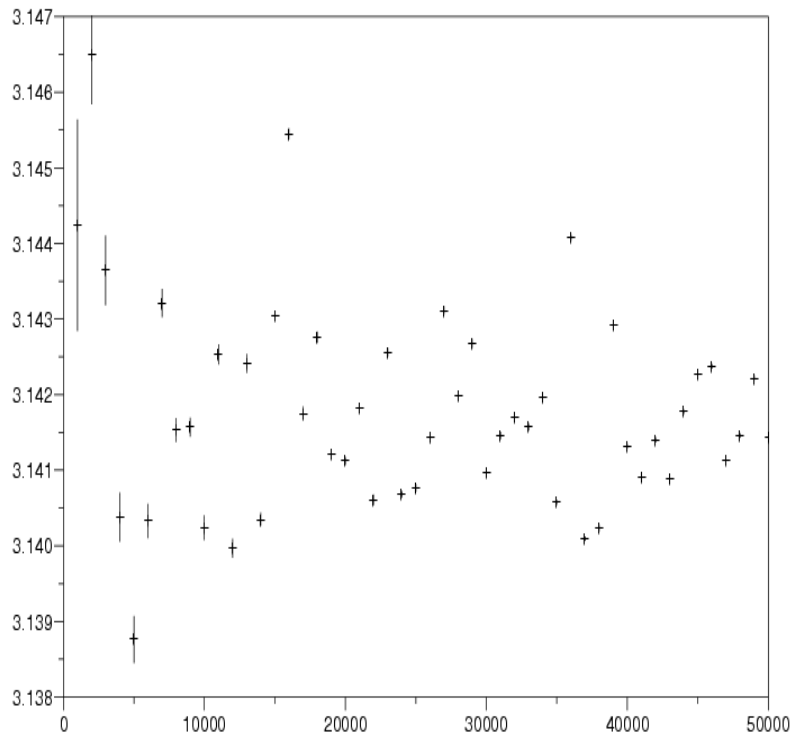


A probabilidade de um ponto q (denotada $P(q)$), escolhido aleatoriamente, cair dentro do semi-círculo é igual à área de C , isto é, $\frac{\pi}{4}$. Podemos estimar essa probabilidade escolhendo pontos aleatoriamente em Q e contando os pontos que caem dentro de C , digamos n_c . Assim, temos a seguinte equação: $P(q) = \frac{\pi}{4} \sim \frac{n_c}{n}$, onde n é o número total de pontos aleatórios testados. Resolvendo a equação em π , temos: $\pi \sim 4 * \frac{n_c}{n}$. É claro que quanto maior o n , melhor a aproximação.

O exercício proposto consiste em obter a **média** do valor estimado de π para n variando de 1000 até no máximo 100000 (mais do que isso demora muito). A figura e a tabela abaixo ilustram o resultado do exercício para 50 pontos na curva. Cada ponto representa a média de 100 repetições do experimento. A barra de erro associada a cada ponto é dada pela variância das repetições.

Licenciatura em Matemática - IME - USP

N pontos	π estimado	Variância
1000	3.14424	0.0027982
2000	3.1465	0.0013207
3000	3.14364	0.0009236
4000	3.14038	0.0006531
5000	3.13876	0.0006176
6000	3.1403267	0.0004561
7000	3.1432114	0.0003760
8000	3.14153	0.0003132
9000	3.1415689	0.0002570
10000	3.14024	0.0003251
11000	3.1425309	0.0002648
12000	3.1399667	0.0002524
13000	3.1424123	0.0002493
14000	3.1403514	0.0001719
15000	3.1430347	0.0001259
16000	3.14545	0.0001469
17000	3.1417553	0.0001728
18000	3.1427578	0.0001462
19000	3.1412147	0.0001142
20000	3.141122	0.0001014
21000	3.1418171	0.0001167
22000	3.1406073	0.0001406
23000	3.1425617	0.0001226
24000	3.1406817	0.0000904
25000	3.1407664	0.0000966
26000	3.1414277	0.0001344
27000	3.143117	0.0001015
28000	3.1419814	0.0001017
29000	3.1426772	0.0001228
30000	3.140984	0.0001007
31000	3.1414594	0.0000940
32000	3.1416988	0.0000838
33000	3.1415733	0.0000912
34000	3.1419659	0.0000840
35000	3.1405737	0.0000643
36000	3.1440778	0.0000720
37000	3.140093	0.0000614
38000	3.1402368	0.0000841
39000	3.142921	0.0000707
40000	3.14132	0.0000643
41000	3.1409132	0.0000776
42000	3.141401	0.0000682
43000	3.1408893	0.0000568
44000	3.1417736	0.0000603
45000	3.1422747	0.0000670
46000	3.1423757	0.0000625
47000	3.1411362	0.0000665
48000	3.1414592	0.0000624
49000	3.142222	0.0000524
50000	3.141436	0.0000462



As tarefas propostas para este exercício são:

- E1.** Crie uma função `meuPi` que recebe como parâmetro o número de pontos aleatórios a serem gerados e testados e retorna o valor estimado de π usando o método descrito acima. Use o seguinte protótipo: `function pi = meuPi(n)`. Para gerar os números aleatórios use a função `rand()`. Note que, para cada ponto aleatório, você terá que chamar a função `rand()` duas vezes, uma para a coordenada x e outra para a coordenada y do ponto.
- E2.** Crie uma função `minhaMedia` que recebe um vetor de números e a quantidade de números do vetor e retorne a média desses números. Use o seguinte protótipo: `function media = minhaMedia(vpi,n)`. Onde `vpi` é o vetor e `n` é o número de pontos do vetor.
- E3.** Crie uma função `minhaVar` que recebe um vetor de números e a quantidade de números do vetor e retorne a variância (não-viciada) desses números, isto é,

$$S_{n-1}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\text{vpi}(i) - \text{media})^2}{n - 1},$$

onde `media` é a média estimada pela função `minhaMedia`. Use o seguinte protótipo: `function variancia = minhaVar(vpi,n)`, onde `vpi` é o vetor e `n` é o número de pontos do vetor.

- E4.** Crie um programa principal que pergunte para o usuário quantos pontos a curva dos valores estimados de π deve ter, (`num1`), e quantas repetições (para obter um valor médio) para cada estimativa do número π ele deseja (`num2`). Com esses valores, crie dois vetores (`mediaPi` e `varPi` ambos com de dimensão `num1`, um que contém, para cada posição i , a média das `num2` repetições da estimativa de π para $n = 1000 * i$ e outro que contém o valor da variância das estimativas (dica: crie um vetor de tamanho `num2` onde cada posição é o valor de retorno da função `meuPi` para facilitar o cálculo da média e da variância).
- E5.** Faça um gráfico (olhe o help da função `plot2d`) usando `mediaPi`. Represente no eixo das ordenadas o valor de π calculado para cada múltiplo de 1000. O seu gráfico deve conter uma barra de erros dada pela variância estimada (dica: olhe a ajuda da função `errbar`) para cada ponto graficado.

Observações:

1. O programa e as funções devem ser entregues em arquivo único (primeiro as funções e depois o programa principal) devidamente documentados.
2. O cabeçalho do programa deve conter: o seu nome completo, seu número USP, e a turma (47 ou 48). Uma informação por linha, por favor.
3. A indentação correta das funções e do programa será considerada.
4. O exercício é **individual**. Exercícios que indiquem o contrário serão tratados como quebra do código de ética discente da USP e receberão nota 0 (zero).