

MAP2310-2014

Prova 1

15/09/2014

Considere a seguinte EDP

$$u_t + f(t) u_x = 0,$$

com $u(t, x)$, $(t, x) \in \mathbb{R}^2$ e f uma função dada.

1. (0.5pts) Classifique a equação quanto à linearidade (em u), a ordem e a homogeneidade (justifique).
2. (2.5pts) Desenhe as curvas características para este problema com $f(t) = t$, proponha uma condição para a qual o problema acima fique bem posto e resolva-o.
3. (2.0pts) Desenhe as curvas características para essa equação no caso $f(t) = -1$ e resolva este problema a partir da condição inicial $u(0, x) = \cos(2\pi x)$.
4. (3.5pts) Proponha um esquema numérico consistente para esta equação no caso $f(t) = -1$, calcule o erro local de truncamento e estime a ordem de consistência em Δx e em Δt .
5. (0.5pts) Suponha $\Delta x = 0.1$, quais os valores de Δt são permitidos pela condição de CFL para o método que propôs? (justifique)
6. (1.0pts) Comente sobre as condições de estabilidade e convergência do método proposto.
7. (0.5 pts) Qual modificação pode ser feita no método para que ele seja consistente para a equação no caso geral de $f(t)$? (justifique).
8. (0.5 pts) Qual a interpretação, do ponto de vista de transporte, da equação com $f(t) = t$? O que ocorre com a velocidade do escoamento a medida que o tempo passa? (justifique)