

MAP2310-2014

Prova 1 - Diurno

19/09/2014

Considere a seguinte EDP

$$f(x)u_t + g(t)u_x = 0,$$

com $u(t, x)$, $(t, x) \in \mathbb{R}^2$, f e g funções dadas (suficientemente suaves).

1. (0.5pts) Classifique a equação quanto à linearidade (em u), a ordem e a homogeneidade (justifique).
2. (2.0pts) Desenhe as curvas características para este problema com $f(x) = -x$ e $g(t) = t$, proponha uma condição para a qual o problema acima fique bem posto.
3. (2.5pts) Desenhe as curvas características para essa equação no caso $f(x) = 1$ e $g(t) = t$ e resolva este problema a partir da condição inicial $u(0, x) = \cos(2\pi x)$.
4. (2.0pts) Proponha um esquema numérico consistente para esta equação no caso $f(x) = 10$ e $g(t) = 1$, calcule o erro local de truncamento e estime a ordem de consistência em Δx e em Δt .
5. (0.5pts) Suponha $\Delta x = 0.1$, quais os valores de Δt são permitidos pela condição de CFL para o método que propôs? (justifique)
6. (2.5pts) Analise as condições de estabilidade e convergência do método proposto.
7. (0.5 pts) Qual modificação pode ser feita no método para que ele seja consistente para a equação no caso $f(x) = 1$ e $g(t) = t$? Como isso irá afetar a estabilidade do método e os valores permitidos de Δt ? (justifique).
8. (0.5 pts) Qual a interpretação, do ponto de vista de transporte, da equação com $f(x) = 1$ e $g(t) = t$? O que ocorre com a velocidade do escoamento a medida que o tempo passa? (justifique)