

Nome: _____ Assinatura: _____ No USP:
i j k

Instruções: Os valores de i , j e k nas questões 1 e 3 são os três últimos dígitos do seu número USP. Você deve substituí-los antes de resolver estas questões. Não serão aceitas soluções literais (em função de i, j ou k).

Atenção: enuncie todas as definições ou resultados utilizados.

Questão 1 (3 pontos) Considere o problema de programação linear

$$\left\{ \begin{array}{ll} \min & x + y + z \\ \text{s.a} & \boxed{} x + \boxed{} y + \boxed{} z \geq 1 \\ & \frac{1}{i+1} \quad \frac{1}{j+1} \quad \frac{1}{k+1} \\ & x, y, z \geq 0 \end{array} \right.$$

1. Mostre que $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ é uma solução básica do poliedro acima.
2. Mostre que $\begin{bmatrix} \boxed{} \\ \frac{1}{i+1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ \boxed{} \\ \frac{1}{j+1} \\ 0 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \boxed{} \\ \frac{1}{k+1} \end{bmatrix}$ são vértices do poliedro.
3. Mostre que os três vértices do item (b) são adjacentes.
4. Mostre que o melhor destes três vértices (em relação ao valor da função objetivo) é a solução ótima do problema.

Questão 2 (2+2 pontos) Dados dois conjuntos quaisquer $X \subseteq \mathbb{R}^n$ e $Y \subseteq \mathbb{R}^m$, definimos o produto Cartesiano destes conjuntos como

$$X \times Y = \{(x, y) \in \mathbb{R}^{n+m} \mid x \in X \text{ e } y \in Y\}.$$

1. Mostre que se X e Y são conjuntos convexos, então $X \times Y$ é convexo.
2. Mostre que se P e Q são poliedros, então $P \times Q$ é um poliedro.

Questão 3 (3 pontos) Considere o poliedro

$$P = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \left| \begin{array}{lll} \frac{1}{2}x_1 & -\frac{1}{2}x_2 & +\frac{1}{2}x_3 \leq \boxed{}_{i+1} \\ \frac{1}{2}x_1 & +\frac{1}{2}x_2 & -\frac{1}{2}x_3 = \boxed{}_{j+1} \\ -\frac{1}{2}x_1 & +\frac{1}{2}x_2 & +\frac{1}{2}x_3 \geq \boxed{}_{k+1} \\ x_1 \leq 0, & x_2 \in \mathbb{R}, & x_3 \geq 0 \end{array} \right. \right\}$$

1. Construa a solução básica que possui as primeiras três restrições ativas; esta solução é um vértice de P ?
2. Passe o poliedro para a forma canônica, criando novas variáveis se necessário.
3. Identifique a base do poliedro canônico do item (b) associada à solução básica do item (a), explicitando a associação existente entre esta base e aquela solução básica do poliedro original.

