MAC0337/MAC5900 - Computação Musical
Lista 1

Data de entrega: 28/4/2011, no início da aula

Exercício 1 - Amostragem, quantização e aliasing[1]

Sejam $x(t) = 1.3t$ e $y(t) = \frac{\pi}{2}t$ sinais analógicos no intervalo $0 \leq t \leq 1$. Esboce um gráfico com os sinais.

a) Amostre $x(t)$ em $t = 0$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ para produzir o vetor de amostras $\mathbf{x} = (x(0), x(\frac{1}{4}), x(\frac{1}{2}), x(\frac{3}{4})) \in \mathbb{R}^4$. Amostre o sinal $y(t)$ nos mesmos valores de t para produzir o vetor de amostras $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^4$. Observe que a versão amostrada (nos mesmos valores de t) do sinal analógico $x(t) + y(t)$ é exatamente $\mathbf{x} + \mathbf{y}$.

b) Seja $q(r) = \lfloor r + \frac{1}{2} \rfloor$ (arredonda r para o inteiro mais próximo). Use q como função de quantização no vetor $\mathbf{x}$, de forma a produzir o vetor quantizado $q(\mathbf{x}) = (q(\mathbf{x}_0), q(\mathbf{x}_1), q(\mathbf{x}_2), q(\mathbf{x}_3))$. Faça o mesmo para $\mathbf{y}$ e $\mathbf{x} + \mathbf{y}$.

   Mostre que $q(\mathbf{x}) + q(\mathbf{y}) \neq q(\mathbf{x} + \mathbf{y})$ e $q(2\mathbf{x}) \neq 2q(\mathbf{x})$, e que portanto a quantização não é uma operação linear.

c) Considere agora os sinais analógicos $z(t) = \mathrm{sen}(2\pi t)$ e $w(t) = \mathrm{sen}(4\pi t)$ no mesmo intervalo $0 \leq t \leq 1$. Esboce um gráfico com os sinais. Qual é a frequência em Hz de cada um dos sinais?

   Calcule os vetores $\mathbf{z}$ e $\mathbf{w}$ em $\mathbb{R}^4$ amostrando $z(t)$ e $w(t)$ a uma taxa de amostragem de 4 Hz, e também os vetores $\mathbf{z}'$ e $\mathbf{w}'$ em $\mathbb{R}^8$ amostrando a 8 Hz. Qual a relação entre $\mathbf{z}$ e $\mathbf{w}$? E entre $\mathbf{z}'$ e $\mathbf{w}'$? Qual é a relação entre as frequências dos sinais analógicos, as frequências de amostragem e o resultado da comparação entre os vetores em $\mathbb{R}^4$ e $\mathbb{R}^8$?

Exercício 2 - Aliasing[2]

Use o octave[3] e as funções abaixo para realizar os experimentos a seguir e responder as perguntas.

```
# A função abaixo toca o sinal SIG à taxa de amostragem
# SR e exibe um gráfico com os primeiros N pontos do sinal.
# Obs: ela depende do pacote sox (http://sox.sourceforge.net/)
function plotnplay(SIG, SR, N)
  plot(SIG(1:N));drawnow();
  wavwrite(SIG,SR,"temp.wav");
  system(sprintf("play -r %d temp.wav", SR));
  system("rm temp.wav"); # no MS-Windows precisa mudar esta linha
endfunction

# A função abaixo toca um sinal senoidal com frequência
# FREQ a uma taxa de amostragem SR e exibe um gráfico com
# os primeiros N pontos do sinal.
```

[1] Retirado de *Discrete Fourier Analysis and Wavelets* (Broughton & Bryan), e adaptado.

[2] http://www.ee.ucla.edu/~dsplab/sa/exer.html

[3] http://www.gnu.org/software/octave/

```
function plotsinenplay(FREQ, SR, N=500)
  plotnplay(sinetone(FREQ, SR, 2, 1), SR, N);
endfunction
```

a) Gere os tons 800 Hz e 300 Hz e ouça-os nas taxas de amostragem 4.000 Hz e 2.000 Hz (para isto, utilize os comandos abaixo). Ouça atentamente os quatro sinais. Existem diferenças nos sinais de mesma frequência e taxa de amostragem diferentes? Neste caso ocorre aliasing?

```
plotsinenplay(800, 4000);
plotsinenplay(800, 2000);
plotsinenplay(300, 4000);
plotsinenplay(300, 2000);
```

b) Para os mesmos tons, escute os sinais com taxa de amostragem igual a 1.000 Hz. Ouça os novos sons. Você ouve alguma diferença agora? Qual tom sofreu aliasing? Qual é a frequência de corte da nova taxa de amostragem? Quais são as frequências presentes nos sinais após a modificação da taxa de amostragem?

c) Faça o mesmo com taxa de amostragem de 500 Hz e ouça novamente ambos os sons. Quais tons sofreram aliasing? Quais são as frequências presentes nos sinais após esta modificação da taxa de amostragem?

d) Escolha dois tons A e B e uma frequência de amostragem R de forma que apenas o tom B sofra aliasing, e o tom resultante tenha a mesma frequência do tom A que não sofreu aliasing.

Exercício 3 - Amplitude[4]

a) Se 0 dB corrresponde a uma amplitude de 1, quantos dB correspondem a amplitudes de 1.5, 2, 3 e 5?

b) Dois sinais não correlacionados de amplitude RMS 3 e 4 são adicionados; qual é a amplitude RMS da soma?

c) Quantos sinais não correlacionados, todos de igual amplitude, teriam de ser adicionados para gerar um sinal que é 9 dB maior em amplitude?

Exercício 4 - Wavetables e Samplers [5]

a) Se uma tabela com 1.000 amostras é tocada, sem transposição, a uma taxa de 44.100 Hz, quanto tempo dura o som resultante?

b) Uma tabela de 1 segundo é tocada em $\frac{1}{2}$ segundo. Qual é o intervalo de transposição do som (em semitons)?

c) Ainda supondo uma tabela de um segundo, se a tocamos periodicamente (em loop), qual deve ser a frequência do loop em Hz para transpor o som original em meio tom para cima?

d) Gostaríamos de tocar um segmento extraído de uma tabela (gravada a R = 44.100) em um loop com frequência de 10 Hz de forma que o som original armazenado na tabela seja transposto para uma quinta justa acima. Qual deve ser a largura do segmento da tabela em amostras para atingir o efeito desejado?

[4] Retirados de *The Theory and Techniques of Electronic Music* (Pukette).
[5] Retirados de *The Theory and Techniques of Electronic Music* (Pukette).

Exercício 5 - Timbre Stretching e Interpolação [6]

a) Suponha que você quer usar *timbre stretching* em uma tabela que contém um período de uma forma de onda de 100 amostras. Você deseja construir um som com período de 200 amostras, porém com a mesma forma da envoltória espectral do som original, sem transposição. Por qual fator (*duty factor*) você deve encurtar a forma de onda?

b) Considere uma tabela obtida por amostragem da função $f(x) = sen(x)$ nos N pontos $x = 0, \frac{2\pi}{N}, 2 \cdot \frac{2\pi}{N}, \ldots, (N-1)\frac{2\pi}{N}$, e suponha que $g(x) = f(k(x)\frac{2\pi}{N})$ é o valor obtido pela consulta à tabela com arredondamento do índice ($k(x) = \lfloor \frac{Nx}{2\pi} + \frac{1}{2} \rfloor$). Estime o erro de interpolação a partir do ponto médio do primeiro intervalo, e justifique assim o padrão de crescimento dos erros da tabela 2.1 do livro do Puckette, que diminuem 6 dB a cada duplicação de N.

[6] Retirados de *The Theory and Techniques of Electronic Music* (Pukette).