MAP2320 - Métodos Numéricos em Equações Diferenciais II

Tarefa 01 – 2012/08/13

Esta tarefa é sobre o problema de condução de calor em uma barra e deve ser entregue em 2012.08.16. Embora ela seja estritamente individual, os alunos podem discutir aberta e amplamente suas dúvidas e suas certezas via fórum de discussões na página da disciplina e *apenas lá*.

Questão 01. Resolva pelo Método de Separação de Variáveis a equação parabólica

$$\begin{cases} \partial u/\partial t = \mu\, \partial^2 u(t,x)/\partial x^2 + f(t,x), \quad t > 0, -1 < x < +1, \\ u(0,-1) = 0 \quad \text{e} \quad \alpha_0\, u(t,+1) + \alpha_1\, \partial u(t,+1)/\partial x = g(t), \\ u(0,x) = h(x), \end{cases}$$

para

1. $\mu = 1$, $f(t,x) = 0.0$, $\alpha_0 = 1$ e $\alpha_1 = 0$, $g(t) = 0$ e $h(x) = x + \cos(\pi x)$.
2. $\mu = 1$, $f(t,x) = 0.0$, $\alpha_0 = 1$ e $\alpha_1 = 0$, $g(t) = 5$ e $h(x) = x + \cos(\pi x)$.
3. $\mu = 1$, $f(t,x) = 0.5$, $\alpha_0 = 1$ e $\alpha_1 = 0$, $g(t) = 5$ e $h(x) = x + \cos(\pi x)$.
4. $\mu = 1$, $f(t,x) = 0.5$, $\alpha_0 = 0$ e $\alpha_1 = 1$, $g(t) = 0$ e $h(x) = x + \cos(\pi x)$.

Note que de um caso para o seguinte muito da solução poderá ser "reaproveitada"... Use isto a seu favor. Para o primeiro dos casos acima, justifique com o máximo rigor a convergência e a validade das operações realizadas (e.g. as derivadas da Série de Fourier que fornece a solução), verificando que a solução formal obtida satisfaz, de fato, a equação diferencial e às condições auxiliares de contorno e inicial. Sugestão: leia atenta e completamente os caps. de Série de Fourier (a partir de p.106) e da Equação do Calor em uma Barra (a partir de p.276) *antes de se propor a resolver o exercício acima.*