MAP2320 - Métodos Numéricos em Equações Diferenciais II

Tarefa 02 – 2012/08/28

Esta tarefa é sobre discretização de edp's via *Método de Diferenças Finitas*. Ela pode ser resolvida em grupo de até dois elementos nos 100 minutos de aula. Os grupos, entre si, não devem se comunicar.

Questão 01. Considere o intervalo $[a, b]$ e uma sua partição uniforme em N subintervalos $[x_n, x_{n+1}]$ com

$$x_n = a + n\,\Delta x, \qquad \Delta x = \frac{b-a}{N},$$

onde $0 \leq n \leq N$. Determine os coeficientes α_k, $k = -2, -1, 0, 1$, para os quais num ponto x_n, "bem no interior" do intervalo $[a, b]$, tenhamos a aproximação

$$\frac{\partial u(x_n)}{\partial x} = \sum_{k=-2}^{1} \alpha_k\, u(x_n \,+\, k\Delta x) \;+\; \mathrm{O}(\Delta x^p), \quad 2 \leq n \leq N-1,$$

com a maior ordem possível (isto é, para o maior valor de p possível).

Questão 02. Com relação à discretização da questão anterior, como fica a sua representação matricial quando considerada a epd

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x} = f(x), \quad a < x < b,$$

para a qual considera-se $N = 6$ e que são conhecidos os valores exatos de $u(x)$ em x_0, x_1 e x_6, respectivamente denotados por u_0, u_1 e u_6? Note que isto significa que tenho uma condição de contorno de Dirichlet, dada de um jeito "especial".