Exercicio de Grafos

Rafael Crivellari Saliba Schouery

28 de abril de 2010

Mostre que todo grafo conexo tem vértice cuja remoção não desconecta o grafo.

Seja G tal grafo conexo. Como G é conexo, existe uma árvore geradora T de G. Em primeiro lugar, note que existe pelo menos um vértice $v \in V(G)$ tal que o grau de v em T é um, pois se todo vértice tivesse grau pelo menos 2 então T teria pelo menos $|V(G)|$ arestas, um absurdo. Como T é uma árvore geradora, para qualquer par de vértices u e w temos que existe um caminho simples entre u e w em T. Além do mais, se $u \neq v$ e $w \neq v$, este caminho não passa por v, já que v tem grau 1 em T. Considere agora o grafo obtido removendo v de G, temos que todo par de vértices têm um caminho simples entre eles, a saber, os caminhos simples que temos entre esses vértices em T. Segue que este grafo é conexo.