

Exemplo de solução

Rafael Crivellari Saliba Schouery
schouery@gmail.com

5 de abril de 2010

Mostre que existe um caminho simples com origem s e término t se e somente se existe um caminho (não necessariamente simples) com origem s e término t .

Seja G um digrafo e s e t dois vértices distintos de G . É claro que se existe um caminho simples com origem s e término t então existe um passeio de s para t (isto é, um caminho não necessariamente simples). Vamos mostrar que se existe um passeio de s para t então existe um caminho de s para t . Seja P um passeio de s para t de comprimento mínimo. Considere $P = v_1, v_2, \dots, v_k$, temos que $s = v_1$ e $t = v_k$ e $v_i v_{i+1}$ é arco de G para $i = 1, \dots, k - 1$. Se P é um caminho, não temos nada a fazer. Suponha então que P tem vértices v_i e v_j com $i < j$ e $v_i = v_j$ (ou seja, uma repetição do vértice v_i). Mas então $v_i v_{j+1}$ é um arco de G e portanto $P' = v_1, v_2, \dots, v_i, v_{j+1}, v_{j+2}, \dots, v_k$ é um passeio de s para t de comprimento menor do que o comprimento de P , contrariando o fato de P ser um passeio de comprimento mínimo.