

**INTERPOLAÇÃO POR SPLINES POLINOMIAIS  
EXERCÍCIOS - 06/11/2009**

1. Interpole a função de Runge

$$f(x) = \frac{1}{1+25x^2}, \quad x \in [-1,1]$$

por um polinômio cúbico de Hermite usando os pontos

$$\tau_i = -1 + \frac{2i}{3}, \quad i = 0,1,2,3$$

2. Interpole um spline natural cúbico à tabela

$\tau_i$	1	2	3	4
$g(\tau_i)$	1	3	4	3

3. Considere a função tabelada:

$\tau_i$	-2	0	1	2
$g(\tau_i)$	-8	0	1	8

- a) Determine o spline cúbico  $f$  interpolador de  $g$  nos nós tabelados, tal que  $f'(-2) = f'(2) = 12$ .  
 b) Idem, tal que  $f''(-2) = 12$  e  $f''(2) = 20$ .
4. Em quantos sub-intervalos se deverá dividir  $[-1, 1]$  com vista a obter um spline de Hermite  $f$ , interpolador da função  $g(x) = e^{3x}$  num conjunto finito igualmente espaçados do intervalo, para o qual consiga garantir que

$$\|f - g\| = \max_{x \in [-1,1]} |f(x) - g(x)| \leq 10^{-3}$$

5.

- a) Construa o spline cúbico natural  $f$  interpolador da função  $g$ , definida por  $g(x) = \cos(\pi x)$ , em  $0, 0.25, 0.5, 0.75$  e  $1$ .

- b) Determine  $\int_0^1 f(x) dx$ , e compare este valor com o valor de  $\int_0^1 \cos(\pi x) dx$ .

- c) Use o spline  $f$ , para obter aproximações de  $g'(0.5)$  e  $g''(0.5)$ . Compare os resultados.