

MAP5725 - Tarefa 4

Nessa tarefa vamos observar duas propriedades de métodos de passo múltiplo. A primeira é a dependência em relação à ordem do método da inicialização e a segunda é a propagação de modos computacionais.

(a) Métodos a serem comparados

Leapfrog, Adams-Bashforth de 2 passos e algum método previsor-corretor.

(b) Testes para observar a convergência

Para essa parte, vamos utilizar a equação de crescimento logístico.

$$y' = r \left(1 - \frac{y}{K} \right) y \quad y(0) = y_0$$

A solução pode ser escrita como

$$y(t) = \frac{y_0 K}{y_0 + (K - y_0) \exp(-rt)}$$

Como parâmetros, vamos tomar $y_0 = 1$, $r = 2$, $K = 10^5$ e a simulação será feita de $t = 0$ até $t = 20$.

Para os testes vamos tomar um dos métodos escolhidos e verificar a ordem obtida em cada uma dessas 3 opções de inicialização: primeiro inicie usando a solução exata; depois inicie com um método de passo simples que tenha a mesma ordem do método principal; e então inicie com um método que tenha ordem mais baixa.

Em cada caso, pode ser uma boa ideia mostrar as tabelas com os erros a cada refinamento e um gráfico com as aproximações obtidas. O erro calculado deve ser o erro máximo da curva toda, não basta usar apenas o ponto final.

(c) Testes para observar a propagação de modos computacionais

Nessa parte vamos usar a equação do cosseno:

$$y' = -\sin(t) \quad y(0) = 1$$

Utilize um intervalo de tempo de $t = 0$ até $t = 20$ ou um pouco mais.

Para os passos iniciais, vamos utilizar a seguinte função

$$y_{k+1} = y_k + h (-1)^k$$

onde y_k é a aproximação no instante t_k , h é o passo de tempo e k é o índice do ponto. Utilizando essa função, estamos introduzimos um erro com amplitude h e sinal alternado nos passos de inicialização.

Para cada um dos três métodos escolhidos, calcule os passos iniciais com essa função de ruído e depois continue normalmente usando a fórmula do método.

Em cada caso, pode ser interessante mostrar um gráfico com as aproximações obtidas em alguns refinamentos e as tabelas com os erros máximos. Utilize umas três curvas no gráfico, mais do que isso pode ficar confuso. Escolha o tamanho do passo de forma que o ruído inicial fique visível mas não seja grande demais.

(d) Formato do relatório e dos programas

Em cada um dos testes, mostre alguns gráficos ou tabelas que ilustrem os resultados obtidos e comente o que aconteceu de interessante.

No arquivo “sugestoes-entregas.txt” que está no Paca há alguns comentários sobre pontos que serão considerados durante a avaliação das tarefas.