Computação Musical – 1ª Lista de Exercícios

Prof. Marcelo Queiroz – Data de entrega: **26/5/2009**

Nome(s):____

Número(s) USP:___________________________________

Instruções: As listas podem ser feitas em grupos de até 3 pessoas. Entregue sua lista na secretaria do MAC (sala 1-C) até às 17h30 do dia 26/5/2009.

Questão 1

Calcule a série complexa de Fourier das seguintes funções periódicas:

$$f(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 1 \\ 2, & 1 \leq t < 2 \\ 0, & 2 \leq t < 3, \end{cases} \qquad f(t+3) = f(t)\ \forall t \in \mathbb{R}.$$

$$g(t) = \begin{cases} \text{sen}(\pi t), & 0 \leq t < 1 \\ 2 - t, & 1 \leq t < 3 \end{cases} \qquad g(t+3) = g(t)\ \forall t \in \mathbb{R}.$$

$$h(t) = 3\cos(5t) + 2\text{sen}(8t).$$

Dica: Você pode confirmar seus resultados utilizando o exemplo `SinteseSerieFourier.m` disponível no PACA.

Questão 2

a) Seja $\beta > 0$ constante. Calcule a transformada de Fourier (contínua) do pulso

$$f_\beta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ e^{-\beta t}, & t \geq 0 \end{cases}$$

b) Seja

$$U(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

Observe que $U(t) = \lim_{\beta \to 0^+} f_\beta(t)$. Qual seria a transformada de Fourier de $U(t)$ obtida a partir desta descrição? A expressão obtida está de acordo com a propriedade abaixo?

A transformada de Fourier de uma função h é puramente imaginária se e somente se h é ímpar.

c) Calcule a transformada de Fourier da função $U_{\text{par}} = \frac{1}{2}[U(t) + U(-t)]$ utilizando a propriedade de dualidade, e escreva a expressão completa da transformada de Fourier de $U(t)$.

Dica: Você pode confirmar o resultado da questão 2 utilizando o exemplo `SinteseTransfFourierCont.m` disponível no PACA.

Questão 3

A classificação de filtros em filtros FIR (Finite Impulse Response) e IIR (Infinite Impulse Response) depende da avaliação do comprimento da parte não nula da resposta impulsiva $h(n)$. Especificamente, um filtro é FIR se $\sup\{n \mid h(n) \neq 0\} < \infty$. Uma caracterização simplista é a de que filtros que possuem algum coeficiente $b_j \neq 0$ na equação do filtro "devem ser" filtros IIR.

a) Calcule a resposta impulsiva do filtro descrito pela equação

$$y(n) = x(n) - x(n-2) + y(n-1).$$

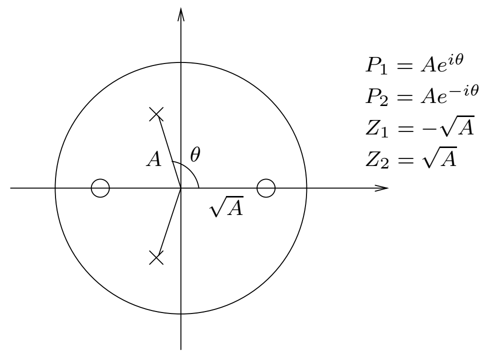
Desenhe o diagrama no plano complexo dos polos e zeros deste filtro.

b) Mostre que este filtro tem a mesma resposta impulsiva do filtro descrito pela equação $y(n) = x(n) + x(n-1)$. Desenhe o diagrama no plano complexo dos polos e zeros deste filtro. Mostre que as funções de transferência dos dois filtros acima são idênticas.

c) Mostre que se um filtro possui resposta impulsiva $h(n)$ finita então ele pode ser descrito de maneira equivalente por uma equação da forma $y(n) = \sum_{i=0}^{M} a_i x(n-i)$, que corresponde a um filtro que não possui polos.

Questão 4

a) Escreva a equação do filtro com diagrama de polos e zeros dados abaixo:



b) Calcule a função ganho $G(f)$ em função da freqüência em Hertz (o ganho corresponde à magnitude da função de transferência para a freqüência angular correspondente).

c) Mostre que $G(\frac{R\theta}{2\pi}) = \frac{1}{1-A}$. Calcule $G(0)$ e $G(\frac{R}{2})$ e mostre que se $\theta = \frac{\pi}{2}$ então $G(0) = G(\frac{R}{2}) = \frac{1-A}{1+A^2}$.

d) Esboce o gráfico da função ganho no intervalo $(0, \frac{R}{2})$. Pode-se criar um filtro de ressonância com ganho máximo unitário multiplicando a função de transferência por $1 - A$. Escreva a equação do filtro correspondente.

Algumas fórmulas úteis:

Série Complexa de Fourier para funções f(t) periódicas

com período τ e frequência $\omega = \frac{1}{\tau}$:

$$F_n = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} f(t)e^{-in\omega t}dt$$

Transformada de Fourier para pulsos f(t) com energia total finita:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt$$

Transformada z do sinal $x(n)$: $X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n}$

Para filtros lineares, causais e invariantes no tempo, temos:

Equação do filtro: $y(n) = \sum_{i=0}^{M} a_i x(n-i) - \sum_{j=1}^{N} b_j y(n-j)$

Resposta Impulsiva: é a saída $h(n)$ correspondente à entrada

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & ,n = 0 \\ 0 & ,n \neq 0 \end{cases}$$

Função de Transferência: $H(z) = \dfrac{\sum_{i=0}^{M} a_i z^{-i}}{1 + \sum_{j=1}^{N} b_j z^{-j}} = \dfrac{a_0 \prod_{i=1}^{M}(1 - Z_i z^{-1})}{\prod_{j=1}^{N}(1 - P_j z^{-1})}$