

LISTA 1

MAT1351 - Cálculo para Funções de Uma Variável Real I

8 de março de 2019

1. Represente graficamente os seguintes conjuntos na reta real:

- (a) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 + x > 0\}$; (f) $\{x \in \mathbb{R} : x > 7 \text{ e } x > 6\}$;
(b) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 4 > 0\}$; (g) $\{x \in \mathbb{R} : x > 7 \text{ ou } x > 6\}$;
(c) $\{x \in \mathbb{R} : -x^2 + 4x - 4 > 0\}$; (h) $\{x \in \mathbb{R} : x > 7\} \cup \{y \in \mathbb{R} : y < 6\}$;
(d) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 + 2x - 3 < 0\}$; (i) $\{x \in \mathbb{R} : x < 7\} \cap \{y \in \mathbb{R} : y > 6\}$.
(e) $\{x \in \mathbb{R} : x > 7 \text{ ou } x < 6\}$;

2. Determine o conjunto solução de cada uma das inequações abaixo.

- (a) $4x^2 - 1 > 10$; (e) $\frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x} \geq 0$;
(b) $\frac{6x - 9}{2} \geq \frac{x - 2}{x}$;
(c) $(x - 3)(x - 7) \leq 0$; (f) $0 \leq \frac{3x - 1}{x} < 1$;
(d) $\frac{3x - 1}{2 - x} > -10$; (g) $(2x + 1)(x + 3)(1 - 2x) > 0$.

3. Represente graficamente os seguintes conjuntos:

- (a) $\{x \in \mathbb{R} : |x| > 10\}$; (e) $\left\{x \in \mathbb{R} : x \neq 0 \text{ e } \frac{|x|}{x} > 0\right\}$;
(b) $\{x \in \mathbb{R} : |x + 1| > 10\}$;
(c) $\{x \in \mathbb{R} : |2x + 1| > 1\}$; (f) $\left\{x \in \mathbb{R} : x \neq 0 \text{ e } \left(\frac{x}{|x|}\right)^2 = 1\right\}$.
(d) $\{x \in \mathbb{R} : |x - 2| = |x - 7|\}$;

4. Determine o conjunto solução de cada uma das inequações e equações abaixo.

- (a) $|x - 3| = 8$; (g) $|x^2 - 3x| > 2|x| + 1$;
(b) $|2x + 5| > 3$; (h) $|x + 4||x - 4| = 8$;
(c) $|x - 8| \leq 8$; (i) $|2x - 5| = |5 - 3x|$;
(d) $|x - 2|^2 \geq 1$; (j) $|x - 2| + |x + 5| > 5$;
(e) $\left|\frac{2x + 1}{3x - 4}\right| > 2$; (k) $|x + 1| + |x - 4| < 7$.
(f) $|x - 3| - |1 - x| < 0$;

5. Mostre que, dados $x, y \in \mathbb{R}$, temos:

- (a) $|x| = |-x|$; (c) $|x| - |y| \leq |x - y|$;
(b) $|x - y| \leq |x| + |y|$; (d) $||x| - |y|| \leq |x - y|$.

6. Determine o maior domínio possível para as seguintes funções:

(a) $f(t) = \frac{1}{2t-3} + 5\sqrt{t}$;

(c) $h(x) = \sqrt{(x^2-2)(x-3)}$;

(b) $g(t) = \frac{1}{\sqrt{t^2+3t+1}}$;

(d) $g(x) = \frac{1}{3x^2+5}$;

(e) $f(x) = \sqrt{|x-2|}$.

7. Na figura 1 está esboçado o gráfico de uma função f . Esboce os gráficos de:

(a) $y = -f(x-4)$;

(b) $y = |f(x) - 2|$.

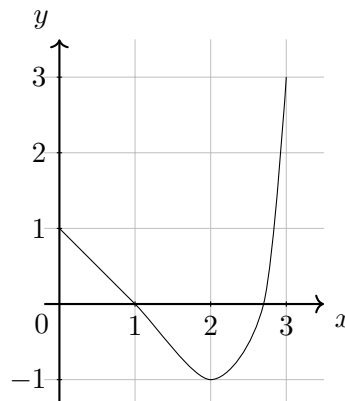


Figura 1

8. O gráfico da função f está esboçado na figura 2. Esboce os gráficos de:

(a) $y = f(|x|)$;

(b) $y = |f(x-1) + 3|$;

(c) $y = |f(x)| - 3$.

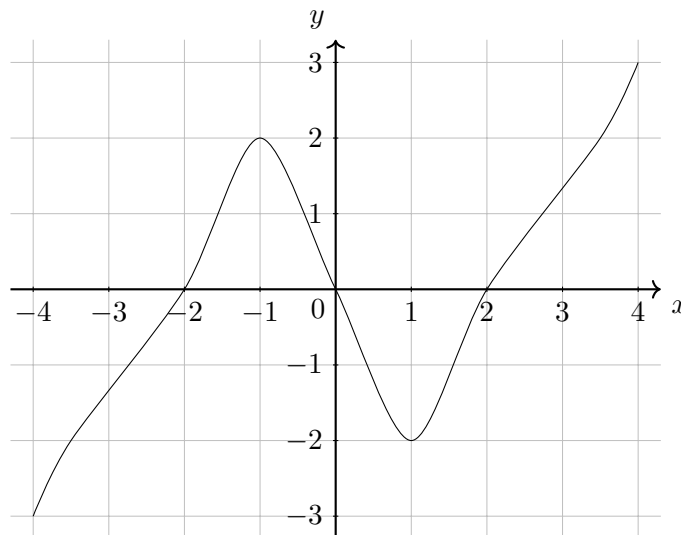


Figura 2

9. Determine o maior domínio possível para as seguintes funções e esboce os respectivos gráficos.

(a) $f(x) = 2\frac{|x+1|}{3}$;

(c) $f(x) = -\sqrt{x+2}$;

(b) $f(x) = \sqrt{5-x^2}$;

(d) $f(x) = 1 + \sqrt{9-(2-x)^2}$;

(e) $f(x) = |x| + x$;

(f) $f(x) = \sqrt{x}$;

(g) $f(x) = x^2 - 3x + 2$;

(h) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$;

(i) $f(x) = \frac{2}{|x - 1|}$;

(j) $f(x) = |x + 2| + |2x - 1|$;

(k) $f(x) = |x|^3$;

(l) $f(x) = \frac{x}{|x|}$;

(m) $f(x) = \begin{cases} 1 - x, & \text{se } x \leq 0; \\ \sqrt{1 - x^2}, & \text{se } 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$;

(n) $f(x) = -x^2 + 4x - 1$;

(o) $f(x) = 2 + \frac{3}{x - 1}$;

(p) $f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$;

(q) $f(x) = \frac{x + 3}{2x - 1}$;

(r) $f(x) = \frac{1}{|x + 3|} - 1$;

(s) $f(x) = \begin{cases} |6x - 2|, & \text{se } x \geq 0; \\ 2x^2, & \text{se } x < 0. \end{cases}$

10. Prove que o produto de duas funções ímpares é uma função par.
11. Um retângulo tem área de $16m^2$. Expresse o perímetro do retângulo em função de um dos seus lados. Esboce o gráfico da função obtida.
12. Expresse a área de um triângulo equilátero em função do lado l .
13. Entre os retângulos de perímetro $2p$, qual o de área máxima?
14. Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é *afim* se existem constantes $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Determine a função afim f tal que $f(-1) = 2$ e $f(2) = -3$.
15. No triângulo de base $b = 10$ e altura $h = 6$ está inscrito um retângulo (fig. 3). Exprima a área deste retângulo y como função da sua base x . Construa o gráfico desta função e ache seu valor máximo.

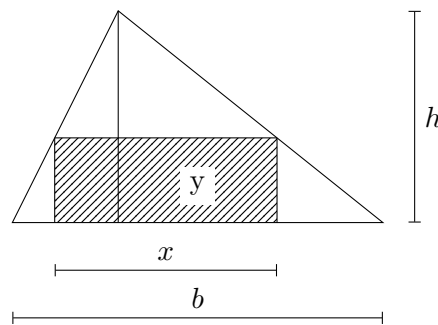


Figura 3