

1^a Prova

A prova deverá ser entregue até 10/04/2018. Cada questão vale 1.0 ponto.

Questão 1 Considere no plano xy a reta dada pela equação $5x - 2y = 10$.

- (a) Apresente as equações paramétricas dessa reta.
- (b) Apresente a equação vetorial dessa reta.

Questão 2 Considere no espaço xyz o plano de equação $5x - 2y + 3z = 30$.

- (a) Apresente as equações paramétricas desse plano.
- (b) Apresente a equação vetorial desse plano.

Questão 3 Considere o sistema linear

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 2 \\ x_1 - 12x_2 - 11x_3 = 5 \\ 2x_1 - 9x_2 - 4x_3 = 7 \\ 6x_1 - 27x_2 - 12x_3 = 20 \end{cases}$$

- (a) Apresente o sistema na forma escalonada.
- (b) Apresente o sistema na forma escalonada reduzida.

Questão 4 Considere o sistema linear formado pelas primeiras 3 equações do sistema da questão 3

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 2 \\ x_1 - 12x_2 - 11x_3 = 5 \end{cases}$$

- (a) Resolva o sistema pelo Método de Eliminação de Gauss (isto é, usando a forma escalonada).
- (b) Resolva o sistema pelo Método de Eliminação de Gauss-Jordan (isto é, usando a forma escalonada reduzida).

Questão 5 Considere o sistema linear formado pelas primeiras 2 equações do sistema da questão 3

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 2 \end{cases}$$

- (a) Resolva o sistema pelo Método de Eliminação de Gauss (isto é, usando a forma escalonada).
- (b) Resolva o sistema pelo Método de Eliminação de Gauss-Jordan (isto é, usando a forma escalonada reduzida).
- (c) Apresente a solução do sistema na forma vetorial.

Questão 6 Considere as equações do sistema linear da questão 3:

$$\begin{cases} \text{(I)} & x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ \text{(II)} & x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 2 \\ \text{(III)} & x_1 - 12x_2 - 11x_3 = 5 \\ \text{(IV)} & 2x_1 - 9x_2 - 4x_3 = 7 \\ \text{(V)} & 6x_1 - 27x_2 - 12x_3 = 20 \end{cases}$$

Responda se cada item abaixo é verdadeiro ou falso, e justifique.

- (a) O sistema linear formado pelas equações (I), (II), (III) e (IV) tem exatamente uma solução.
- (b) O sistema linear formado pelas equações (I), (II), (III) e (V) tem exatamente uma solução.
- (c) O sistema linear formado pelas equações (I), (II), (III), (IV) e (V) tem exatamente uma solução.

Questão 7 Ache a inversa da matriz A do sistema $Ax = b$ formado pelas 3 primeiras equações do sistema linear da questão 3.

Questão 8 Considere a matriz A do sistema $Ax = b$ formado pelas 3 primeiras equações do sistema linear da questão 3.

Ache matrizes $T_1, T_2, \dots, T_p, 3 \times 3$, cada uma delas da forma E_{lk} ou $M_{k,\beta}$ ou $G_{lk,\lambda}$, de modo que o produto $T_p T_{p-1} T_{p-2} \cdots T_2 T_1 A$ seja uma matriz na forma escalonada.

(Aqui, E_{lk} , $M_{k,\beta}$, $G_{lk,\lambda}$, são da forma definida na 1a. lista de exercícios.)

Questão 9 Seja V o conjunto das matrizes 2×2 triangulares superiores com a adição e a multiplicação por escalar usuais.

Mostre que V é um espaço vetorial sobre $\mathbf{R}$.

Questão 10 Considere o espaço vetorial sobre $\mathbf{R}$: $V = \mathbf{R}^4$.

Em cada item, decida se o conjunto de vetores de V apresentado é ou não linearmente independente:

- (a) $A_1 = \{(2, 1, 1, 3)\}$.
- (b) $A_2 = \{(2, 1, 1, 3), (1, 2, 1, 2)\}$.
- (c) $A_3 = \{(2, 1, 1, 3), (1, 2, 1, 2), (4, 5, 3, 7)\}$.

Questão 11 Considere o conjunto V das matrizes 2×2 triangulares superiores. J vimos na questão 9 que V com a adição e a multiplicação por escalar usuais é um espaço vetorial sobre $\mathbf{R}$.

Sejam $u = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $v = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $w = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Em cada item, decida se o conjunto de vetores de V apresentado é ou não linearmente independente:

- (a) $B_1 = \{u\}$.
- (b) $B_2 = \{u, v\}$.
- (c) $B_3 = \{u, v, w\}$.