

[MAC0313]  
Introdução aos Sistemas de Bancos de Dados  
Aula 13  
O Cálculo Relacional de Tuplas

Kelly Rosa Braghetto

DCC-IME-USP

20 de setembro de 2016

# Cálculo Relacional

- ▶ É uma outra linguagem formal de consulta para o modelo relacional
- ▶ Tem duas variações: **Cálculo Relacional de Tuplas** e o **Cálculo Relacional de Domínio**
- ▶ Nele, especifica-se consultas por meio de *expressões declarativas*

# Cálculo Relacional

- ▶ Uma expressão em cálculo relacional especifica *o que* deve ser recuperado (e não *como*)
- ▶ Já na álgebra relacional, as expressões definem uma sequência ordenada de operações → a consulta é expressa de modo *procedimental*
- ▶ O poder expressivo da **Álgebra Relacional Básica** é idêntico ao do **Cálculo Relacional**
  - ▶ qualquer recuperação que pode ser especificada em uma das linguagens também pode ser especificada na outra
- ▶ A maioria das linguagens de consulta usadas no SGBDRs são mais expressivas que a Álgebra Relacional Básica e o Cálculo Relacional

# Cálculo Relacional de Tuplas

# Cálculo Relacional de Tuplas

- ▶ Baseado na especificação de uma série de **variáveis de tuplas**
- ▶ Cada variável de tupla *percorre* uma relação do BD
  - ▶ ou seja, a variável pode assumir como seu valor qualquer tupla da relação
- ▶ Forma de um cálculo relacional de tuplas **simples**:

$$\{t \mid COND(t)\}$$

onde:

- ▶  $t$  é uma variável de tupla
- ▶  $COND(t)$  é uma expressão condicional envolvendo os valores dos atributos de  $t$  que pode ter como resultado VERDADEIRO ou FALSO
- ▶ o resultado dessa consulta é conjunto de tuplas  $t$  para os quais a avaliação de  $COND(t)$  resulta em VERDADEIRO

# Exemplo de consulta no cálculo relacional de tuplas

$\{t \mid \text{FUNCIONARIO}(t) \text{ AND } t.\text{Salario} > 50.000\}$

- ▶  $\text{FUNCIONARIO}(t)$  especifica que a **relação de intervalo** de  $t$  é  $\text{FUNCIONARIO}$
- ▶ A consulta recupera cada tupla  $t$  de  $\text{FUNCIONARIO}$  que satisfaz a condição  $t.\text{Salario} > 50.000$
- ▶ Para cada  $t$  selecionado, a consulta recupera os valores para **todos** os atributos de  $\text{FUNCIONARIO}$

## FUNCIONARIO

Phome	Inicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	---------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

## Outro exemplo de cálculo relacional de tuplas

$\{t.Pnome, t.Unome \mid FUNCIONARIO(t) \text{ AND } t.Salario > 50.000\}$

- ▶ Para cada  $t$  selecionado, a consulta recupera apenas os valores para os atributos nome e sobrenome de *FUNCIONARIO*

### FUNCIONARIO

Pnome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

## O que deve aparecer em uma expressão do cálculo de tuplas:

- ▶ Para cada variável de tupla  $t$ , a **relação de intervalo**  $R$  de  $t$ 
  - especificada como uma condição na forma  $R(t)$ 
    - ▶  $R(t)$  restringe o domínio de  $t$
    - ▶ Se a relação de intervalo não é especificada, então  $t$  percorrerá todas as tuplas possíveis 'no universo'
- ▶ Uma condição para selecionar combinações de tuplas em particular
- ▶ Um conjunto de atributos a serem recuperados
  - ▶ os valores desses atributos são recuperados para cada tupla selecionada

## Exemplo de cálculo relacional de tuplas

$\{t.Datanasc, t.Endereco \mid FUNCIONARIO(t) \text{ AND } t.Pnome = 'João' \text{ AND } t.Minicial = 'B' \text{ AND } t.Unome = 'Silva'\}$

- ▶ Recupera a data de nascimento e o endereço do(s) funcionário(s) João B. Silva

### FUNCIONARIO

Pnome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

# Expressão geral no cálculo relacional de tuplas

$$\{a_1, a_2, \dots, a_m \mid COND(t_1, t_2, \dots, t_n)\}$$

onde

- ▶  $t_i$ , sendo  $1 \leq i \leq n$ , são variáveis de tupla
- ▶  $a_j$ , sendo  $1 \leq j \leq m$  é um atributo de uma relação em que alguma das tuplas  $t_i$  varia
- ▶  $COND$  é uma **fórmula** composta de **átomos** de cálculo de predicados

# Átomo de cálculo de predicados

Pode ser da forma:

- ▶  $R(t_i)$ , onde  $R$  é o nome de uma relação e  $t_i$  é uma variável de tupla.
  - ▶ É avaliado como VERDADEIRO se  $t_i$  é uma tupla em  $R$ , e como FALSO no caso contrário
- ▶  $t_i.A \text{ op } t_j.B$ , onde  $t_i$  e  $t_j$  são variáveis de tupla,  $A$  é um atributo da relação em que  $t_i$  varia,  $B$  é um atributo da relação em que  $t_j$  varia e **op** é um operador de comparação
- ▶  $t_i.A \text{ op } c$  ou  $c \text{ op } t_i.A$ , onde  $c$  é um valor constante,  $t_i$  é uma variável de tupla,  $A$  é um atributo da relação em que  $t_i$  varia e **op** é um operador de comparação

Operadores de comparação:  $=, \neq, <, \leq, >, \geq$

## Composição de uma fórmula

- ▶ Uma fórmula (= condição booleana) é composta de um ou mais átomos conectados por meio de operadores lógicos
  - ▶ AND, OR e NOT
- ▶ Definição recursiva
  - ▶ **Regra 1:** todo átomo é uma fórmula
  - ▶ **Regra 2:** se  $F_1$  e  $F_2$  são fórmulas, então também são fórmulas:
    - ▶  $F_1$  AND  $F_2$
    - ▶  $F_1$  OR  $F_2$
    - ▶ NOT( $F_1$ ) e NOT( $F_2$ )

# Exemplos de consultas sobre o BD de Empresa

Para cada funcionário, recupere o nome e o sobrenome do funcionário e o nome e o sobrenome do seu supervisor imediato

## FUNCIONARIO

Prnome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
--------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

## Exemplos de consultas sobre o BD de Empresa

Para cada funcionário, recupere o nome e o sobrenome do funcionário e o nome e o sobrenome do seu supervisor imediato

### FUNCIONARIO

Pnome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

$$\{f.Pnome, f.Unome, s.Pnome, s.Unome \mid$$

$$\text{Funcionario}(f) \text{ AND } \text{Funcionario}(s) \text{ AND}$$

$$f.Cpf\_supervisor = s.Cpf\}$$

# Quantificador existencial ( $\exists$ ) e quantificador universal ( $\forall$ )

Também pode aparecer em uma fórmula **quantificadores**:

- ▶ **Regra 3:** Se  $F$  é uma fórmula, então também é uma fórmula  $(\exists t)(F)$ , onde  $t$  é uma variável de tupla
  - ▶  $(\exists t)(F)$  é VERDADEIRO se **existir alguma tupla** que torne  $F$  verdadeiro
- ▶ **Regra 4:** Se  $F$  é uma fórmula, então também é uma fórmula  $(\forall t)(F)$ , onde  $t$  é uma variável de tupla
- ▶  $(\forall t)(F)$  é VERDADEIRO se **todas as tuplas no *universo* de tuplas** tornam  $F$  VERDADEIRO.

# Exemplos de consultas sobre o BD de Empresa

Listar o nome e o endereço de todos os funcionários que trabalham no departamento 'Pesquisa'

## FUNCIONARIO

Pnome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

## DEPARTAMENTO

Dnome	<u>Dnumero</u>	Cpf_gerente	Data_inicio_gerente
-------	----------------	-------------	---------------------

# Exemplos de consultas sobre o BD de Empresa

Listar o nome e o endereço de todos os funcionários que trabalham no departamento 'Pesquisa'

## FUNCIONARIO

Pnome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

## DEPARTAMENTO

Dnome	<u>Dnumero</u>	Cpf_gerente	Data_inicio_gerente
-------	----------------	-------------	---------------------

$$\{f.Pnome, f.Unome, f.Endereco \mid \text{FUNCIONARIO}(f) \text{ AND } (\exists d)(\text{DEPARTAMENTO}(d) \text{ AND } d.Nome = \text{'Pesquisa'} \text{ AND } d.Dnumero = f.Dnr)\}$$

# Exemplos de consultas sobre o BD de Empresa

Para cada projeto localizado em Mauá, listar o número do projeto, o número do departamento de controle e o sobrenome, data de nascimento e endereço do gerente do departamento

## DEPARTAMENTO

Dnome	<u>Dnumero</u>	Cpf_gerente	Data_inicio_gerente
-------	----------------	-------------	---------------------

## PROJETO

Projnome	<u>Projnumero</u>	Projlocal	Dnum
----------	-------------------	-----------	------

## FUNCIONARIO

Pnome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

## Exemplos de consultas sobre o BD de Empresa

Para cada projeto localizado em Mauá, listar o número do projeto, o número do departamento de controle e o sobrenome, data de nascimento e endereço do gerente do departamento

### DEPARTAMENTO

Dnome	<u>Dnumero</u>	Cpf_gerente	Data_inicio_gerente
-------	----------------	-------------	---------------------

### PROJETO

Projnome	<u>Projnumero</u>	Projlocal	Dnum
----------	-------------------	-----------	------

### FUNCIONARIO

Pnome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

$$\{p.ProjNumero, p.Dnum, g.Unome, g.Datanasc, g.Endereco \mid$$

$$PROJETO(p) \text{ AND } FUNCIONARIO(g) \text{ AND}$$

$$p.Projlocalizacao = 'Mauá' \text{ AND}$$

$$((\exists d)(DEPARTAMENTO(d) \text{ AND } p.Dnum = d.Dnumero \text{ AND}$$

$$d.Cpf\_gerente = g.Cpf))\}$$

# Exemplos de consultas sobre o BD de Empresa

Listar o nome do funcionário que trabalha em *algum* projeto controlado pelo departamento número 5

## PROJETO

Projnome	<u>Projnumero</u>	Projlocal	Dnum
----------	-------------------	-----------	------

## TRABALHA\_EM

<u>Fopf</u>	<u>Pnr</u>	Horas
-------------	------------	-------

## FUNCIONARIO

Pnome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

# Exemplos de consultas sobre o BD de Empresa

Listar o nome do funcionário que trabalha em *algum* projeto controlado pelo departamento número 5

## PROJETO

Projnome	<u>Projnumero</u>	Projlocal	Dnum
----------	-------------------	-----------	------

## TRABALHA\_EM

<u>Fcpf</u>	<u>Pnr</u>	Horas
-------------	------------	-------

## FUNCIONARIO

Pnome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

$$\{f.Pnome, f.Unome \mid FUNCIONARIO(f) \text{ AND } ((\exists p)(\exists t)(PROJETO(p) \text{ AND } TRABALHA\_EM(t) \text{ AND } p.Dnum = 5 \text{ AND } t.Fcpf = f.Cpf \text{ AND } p.Projnumero = t.Pnr)))\}$$

# Exemplos de consultas sobre o BD de Empresa

Listar o número de todos os projetos que envolvem um funcionário cujo o último nome é 'Silva', seja como um trabalhador ou como um gerente do departamento de controle do projeto.

## FUNCIONARIO

Pnome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

## PROJETO

Projnome	<u>Projnumero</u>	Projlocal	Dnum
----------	-------------------	-----------	------

## DEPARTAMENTO

Dnome	<u>Dnumero</u>	Cpf_gerente	Data_inicio_gerente
-------	----------------	-------------	---------------------

## TRABALHA\_EM

<u>Fcpf</u>	<u>Pnr</u>	Horas
-------------	------------	-------

## Exemplos de consultas sobre o BD de Empresa

Listar o número de todos os projetos que envolvem um funcionário cujo o último nome é 'Silva', seja como um trabalhador ou como um gerente do departamento de controle do projeto.

### FUNCIONARIO

Pnome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

### PROJETO

Projnome	<u>Projnumero</u>	Projlocal	Dnum
----------	-------------------	-----------	------

### DEPARTAMENTO

Dnome	<u>Dnumero</u>	Cpf_gerente	Data_inicio_gerente
-------	----------------	-------------	---------------------

### TRABALHA\_EM

<u>Fcpf</u>	<u>Pnr</u>	Horas
-------------	------------	-------

$$\begin{aligned}
 & \{p.Projnumero \mid PROJETO(p) \text{ AND } ( \\
 & ((\exists f)(\exists t)(FUNCIONARIO(f) \text{ AND } TRABALHA\_EM(t) \text{ AND } \\
 & t.Pnr = p.Projnumero \text{ AND } f.Unome = 'Silva' \text{ AND } t.Fcpf = f.Cpf)) \\
 & \text{ OR} \\
 & ((\exists g)(\exists d)(FUNCIONARIO(g) \text{ AND } DEPARTAMENTO(d) \text{ AND } \\
 & p.Dnum = d.Dnumero \text{ AND } \\
 & d.Cpf\_gerente = g.Cpf \text{ AND } g.Unome = 'Silva'))))\}
 \end{aligned}$$

# Exemplos de consultas sobre o BD de Empresa

Listar os nomes dos gerentes que possuem pelo menos um dependente.

## FUNCIONARIO

Pnome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

## DEPARTAMENTO

Dnome	<u>Dnumero</u>	Cpf_gerente	Data_inicio_gerente
-------	----------------	-------------	---------------------

## DEPENDENTE

<u>Fcpf</u>	<u>Nome_dependente</u>	Sexo	Datanasc	Parentesco
-------------	------------------------	------	----------	------------

# Exemplos de consultas sobre o BD de Empresa

Listar os nomes dos gerentes que possuem pelo menos um dependente.

## FUNCIONARIO

Pnome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

## DEPARTAMENTO

Dnome	<u>Dnumero</u>	Cpf_gerente	Data_inicio_gerente
-------	----------------	-------------	---------------------

## DEPENDENTE

<u>Fcpf</u>	<u>Nome_dependente</u>	Sexo	Datanasc	Parentesco
-------------	------------------------	------	----------	------------

$$\{f.Pnome, f.Unome \mid \text{FUNCIONARIO}(f) \text{ AND } ((\exists d)(\exists p)(\text{DEPARTAMENTO}(d) \text{ AND } \text{DEPENDENTE}(p) \text{ AND } d.Cpf\_gerente = f.Cpf \text{ AND } p.Fcp = f.cpf))\}$$

# Exemplos de consultas sobre o BD de Empresa

Listar os nomes dos funcionários que trabalham em *todos* os projetos controlados pelo departamento de número 5.

## PROJETO

Projnome	<u>Projnumero</u>	Projlocal	Dnum
----------	-------------------	-----------	------

## TRABALHA\_EM

<u>Fopf</u>	<u>Pnr</u>	Horas
-------------	------------	-------

## FUNCIONARIO

Phome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

# Exemplos de consultas sobre o BD de Empresa

Listar os nomes dos funcionários que trabalham em *todos* os projetos controlados pelo departamento de número 5.

## PROJETO

Projnome	<u>Projnumero</u>	Projlocal	Dnum
----------	-------------------	-----------	------

## TRABALHA\_EM

<u>Fcpf</u>	<u>Pnr</u>	Horas
-------------	------------	-------

## FUNCIONARIO

Pnome	Minicial	Unome	<u>Cpf</u>	Datanasc	Endereco	Sexo	Salario	Cpf_supervisor	Dnr
-------	----------	-------	------------	----------	----------	------	---------	----------------	-----

$$\{f.Pnome, f.Unome \mid FUNCIONARIO(f) \text{ AND } ((\forall p)(NOT(PROJETO(p)) \text{ OR } NOT(p.Dnum = 5)) \text{ OR } ((\exists t)(TRABALHA\_EM(t) \text{ AND } t.Fcpf = f.Cpf \text{ AND } p.Projnumero = t.Pnr))))\}$$

# Passando de um quantificador universal para um existencial (e vice-versa)

## Transformação geral (passos)

- ▶ transformar o quantificador no outro negado (= precedido por NOT)
- ▶ **AND** e **OR** substituem-se um ao outro
- ▶ uma fórmula negada torna-se não negada
- ▶ uma fórmula não-negada torna-se negada

# Passando de um quantificador universal para um existencial (e vice-versa)

## Casos especiais

- ▶  $(\forall x)(P(x)) \equiv \text{NOT}(\exists x)(\text{NOT}(P(x)))$
- ▶  $(\exists x)(P(x)) \equiv \text{NOT}(\forall x)(\text{NOT}(P(x)))$
- ▶  $(\forall x)(P(x) \text{ AND } Q(x)) \equiv$   
 $\text{NOT}(\exists x)(\text{NOT}(P(x)) \text{ OR } \text{NOT}(Q(x)))$
- ▶  $(\forall x)(P(x) \text{ OR } Q(x)) \equiv$   
 $\text{NOT}(\exists x)(\text{NOT}(P(x)) \text{ AND } \text{NOT}(Q(x)))$
- ▶  $(\exists x)(P(x) \text{ OR } Q(x)) \equiv$   
 $\text{NOT}(\forall x)(\text{NOT}(P(x)) \text{ AND } \text{NOT}(Q(x)))$
- ▶  $(\exists x)(P(x) \text{ AND } Q(x)) \equiv$   
 $\text{NOT}(\forall x)(\text{NOT}(P(x)) \text{ OR } \text{NOT}(Q(x)))$

## Exemplo 1: passando de um quantificador universal para um existencial

Listar os nomes dos funcionários que trabalham em *todos* os projetos controlados pelo departamento de número 5.

$$\begin{aligned}
 & \{f.Pnome, f.Unome \mid \text{FUNCIONARIO}(f) \text{ AND} \\
 & ((\forall p)(\text{NOT}(\text{PROJETO}(p)) \text{ OR } \text{NOT}(p.Dnum = 5) \text{ OR} \\
 & \quad ((\exists t)(\text{TRABALHA\_EM}(t) \text{ AND} \\
 & \quad t.Fcpf = f.Cpf \text{ AND } p.Projnumero = t.Pnr))))))\} \\
 & \quad \equiv \\
 & \{f.Pnome, f.Unome \mid \text{FUNCIONARIO}(f) \text{ AND} \\
 & (\text{NOT}(\exists p)(\text{PROJETO}(p) \text{ AND } (p.Dnum = 5) \text{ AND} \\
 & \quad (\text{NOT}(\exists t)(\text{TRABALHA\_EM}(t) \text{ AND} \\
 & \quad t.Fcpf = f.Cpf \text{ AND } p.Projnumero = t.Pnr))))))\}
 \end{aligned}$$

## Exemplo 2: passando de um quantificador existencial para um universal

Listar os nomes dos funcionários que não possuem dependentes.

## Exemplo 2: passando de um quantificador existencial para um universal

Listar os nomes dos funcionários que não possuem dependentes.

$$\begin{aligned} & \{f.Pnome, f.Unome \mid FUNCIONARIO(f) \text{ AND} \\ & (NOT(\exists d)(DEPENDENTE(d) \text{ AND } d.Fcpf = f.Cpf))\} \\ & \equiv \\ & \{f.Pnome, f.Unome \mid FUNCIONARIO(f) \text{ AND} \\ & ((\forall d)(NOT(DEPENDENTE(d)) \text{ OR } NOT(d.Fcpf = f.Cpf)))\} \end{aligned}$$

## Expressões seguras

- ▶ **Expressão segura** em cálculo relacional é uma que garante a geração de um número finito de tuplas como resposta
- ▶ Exemplo de expressão **não segura**:

$$\{t \mid NOT(FUNCIONARIO(t))\}$$

- ▶ Essa expressão gera todas as infinitas tuplas no universo que não estão em FUNCIONARIO
- ▶ Expressões que envolvem quantificadores ou negação de predicados podem não ser seguras

## Criando expressões seguras

### Domínio de uma expressão de cálculo relacional de tuplas

- ▶ É o conjunto de todos os valores que aparecem como valores constantes na expressão ou existem em qualquer tupla presente nas relações referenciadas na expressão
- ▶ Exemplo: o domínio de  $\{t \mid NOT(FUNCIONARIO(t))\}$  é o conjunto de todos os valores de atributo que aparecem em alguma tupla de *FUNCIONARIO*

Uma expressão é considerada segura se todos os valores em seu resultado forem do domínio da expressão.

- ▶ Assim,  $\{t \mid NOT(FUNCIONARIO(t))\}$  não é segura porque inclui tuplas de fora da relação *FUNCIONARIO*.

## Referências Bibliográficas

- ▶ *Sistemas de Bancos de Dados* (6ª edição), Elmasri e Navathe. Pearson, 2010. – Capítulo 6

## Cenas dos próximos capítulos...

Mais sobre linguagens de consulta para BDs Relacionais

- ▶ SQL – *Structured Query Language*