

MAT3120 Cálculo Diferencial e Integral III

1º Semestre de 2015

2ª Lista de Exercícios - 05/04/2015

Entregar até 16/04/2015

**Observação:**

Não preparei lista antes desta parte da matéria porquê há vários exercícios no Apostol adequados ao que dei em sala. Para entrega, escolhi alguns deles, enunciados abaixo, e mais alguns “novos”.

**GRUPO A - Retirados da Seção 11.9 do Apostol**

**Exercício 1** Calcular as integrais duplas usando integrais iteradas, admitindo a existência de cada integral dupla.

Nota:

Aqui,  $\iint_Q h(x, y) dx dy$  nas integrais duplas é outra notação para  $\iint_Q h(x, y) dA$

(a)  $\iint_Q xy(x + y) dx dy = \iint_Q xy(x + y) dA$ , onde  $Q = [0, 1] \times [0, 1]$ .

(b)  $\iint_Q (\sqrt{y} + x - 3xy^2) dx dy = \iint_Q (\sqrt{y} + x - 3xy^2) dA$ , onde  $Q = [0, 1] \times [1, 3]$ .

(c)  $\iint_Q \sin(x + y) dx dy = \iint_Q \sin(x + y) dA$ , onde  $Q = [0, \pi/2] \times [0, \pi/2]$ .

(d)  $\iint_Q f(x + y) dx dy = \iint_Q f(x + y) dA$ , onde  $Q = [0, 2] \times [0, 2]$  e  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  é definida por “ $f(t) = \text{maior inteiro} \leq t$ ”.

**Exercício 2** Se  $Q = [a, b] \times [c, d]$  é um retângulo, mostrar que uma integral dupla da forma  $\iint_Q f(x)g(y) dA$ , sob certas hipóteses, é igual ao produto de

duas integrais unidimensionais,  $\left( \int_{[a,b]} f(x) dx \right) \left( \int_{[c,d]} g(y) dy \right)$ . Estabelecer as hipóteses sobre  $f, g$  e  $fg$  utilizadas para essa igualdade.

**Exercício 3** Seja  $f$  definida no retângulo  $Q = [0, 1] \times [0, 1]$  do seguinte modo:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 - x - y, & \text{se } x + y \leq 1, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Representar o gráfico de  $f$  sobre  $Q$  e calcular o volume do sólido cuja base é o retângulo  $Q$  no “plano horizontal”  $xy$ , com “laterais verticais”, cuja “face superior” é dada pelo gráfico de  $f$ .

## GRUPO B - Justificativas

### Exercício 4

Referente a cada um dos itens do exercício 1, justifique as afirmações:

- (a) O integrando  $f(x, y)$  é integrável em  $Q$ .
- (b) Pode-se calcular  $\iint_Q f(x, y)dA$  usando integrais iteradas.

### Exercício 5

Referente a cada um dos itens do exercício 3, justifique as afirmações:

- (a) O integrando  $f(x, y)$  é integrável em  $Q$ .
- (b) Pode-se calcular  $\iint_Q f(x, y)dA$  usando integrais iteradas.

## GRUPO C - Aplicações

### Exercício 6

Considere uma placa retangular  $R = [0, 1] \times [0, 2]$ , com densidade superficial de massa dada por  $\rho(x, y) = x^2 + y^2 + 1$  para cada  $(x, y)$  nessa placa.

- (a) Calcule a massa dessa placa.
- (b) Calcule o centro de massa dessa placa.

### Exercício 7

Considere o cubo sólido  $Q = [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$ , com densidade de massa dada por  $\rho(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 1$  para cada  $(x, y, z)$  nesse sólido.

- (a) Calcule a massa desse sólido.
- (b) Calcule o centro de massa desse sólido.