Segundo Trabalho Menor: Estimação de frequência fundamental
Data de entrega: 10/10/2014 até 23:55 pelo PACA

Neste trabalho nós implementaremos e compararemos 3 técnicas elementares de estimação de frequência fundamental a partir do máximo pico de amplitude no espectro de magnitude: a própria frequência do pico, a interpolação quadrática, e a diferença de fase do pico entre janelas sucessivas. Além disso usaremos o nosso patch para mensurar os erros cometidos pelas 3 estimativas em diferentes faixas de frequências.

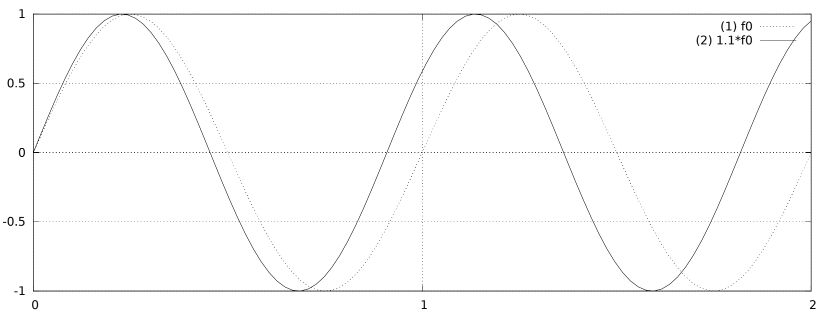
Especificamente, devemos escrever uma abstração `rastreiaF0~.pd` com um argumento N representando o tamanho do bloco de análise, um `[inlet~]` para o sinal de entrada e três `[outlet]` para os três valores estimados de frequência. Considere $N = 64$ como o valor default para o tamanho do bloco de análise, assim se o objeto for criado como `[rastreiaF0~]` esse será o tamanho utilizado.

A análise envolve os espectros de magnitude e de fase, que devem ser armazenados em tabelas compatíveis com o tamanho de bloco de análise. Um índice $k \in \left[0 \ldots \frac{N}{2}\right]$ correspondente ao máximo do espectro de magnitude deve ser computado fazendo uma varredura simples da tabela correspondente, numa implementação semelhante à utilizada no primeiro trabalho maior. A partir deste índice k computaremos as três estimativas de frequência como segue:

Frequência de pico: esta estimativa corresponde à expressão $\frac{kR}{N}$, onde $R = 44100$ é a taxa de amostragem. No caso de uma entrada senoidal, o erro máximo cometido por essa estimativa é de $\pm\frac{R}{2N}$, de onde se pode observar que a precisão aumenta com o tamanho de bloco.

Interpolação quadrática: sendo $F[k-1]$, $F[k]$ e $F[k+1]$ os valores do espectro de magnitude nestes 3 índices, o polinômio quadrático interpolador é dado pela expressão $F(x) = A(x-k)^2 + B(x-k) + C$ onde $A = (F[k+1] - 2 * F[k] + F[k-1])/2$, $B = (F[k+1] - F[k-1])/2$ e $C = F[k]$, de onde o valor de $\bar{x}$ correspondente ao máximo de $F(x)$ será dado por $\bar{x} = k - B/2A$. A estimativa produzida no segundo outlet deve ser então a frequência correspondente $\frac{\bar{x}R}{N}$.

Diferença de fase: para entender a relação entre a variação de fase inicial de um certo sinal e o uso dessa informação para re-estimar a frequência fundamental, considere o sinal senoidal da figura abaixo, com frequência $1.1f_0$, próxima da frequência de análise f_0. Na primeira janela, a fase inicial é 0, enquanto que na segunda janela a fase inicial é $\frac{2\pi}{10}$, pois o sinal já percorreu 10% da sua segunda volta pelo ciclo trigonométrico na janela anterior. Este acúmulo de fase caracteriza a diferença entre a frequência real do sinal ($1.1f_0$) e a frequência de análise usada pela FFT (f_0).



Desta forma, é possível re-estimar a frequência real do sinal próxima do k-ésimo bin da FFT a partir da variação de fase inicial $\Delta_\phi(k)$ entre duas janelas sucessivas. Considerando que a distância entre os inícios de duas janelas sucessivas é de $\frac{N}{R}$ seg, a frequência real em relação ao k-ésimo bin da FFT será

$$f(k) = \left(\frac{\Delta_\phi(k)}{2\pi} + k\right)\frac{R}{N},$$

Em relação ao exemplo da figura, temos $k = 1$ (associado à frequência da janela) e $\Delta_\phi(k) = \frac{2\pi}{10}$, de onde $f(k) = 1.1\frac{R}{N}$. Esta correção da frequência do k-ésimo oscilador em relação à frequência de análise $k\frac{R}{N}$ sempre produzirá um valor entre $\left(k - \frac{1}{2}\right)\frac{R}{N}$ e $\left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{R}{N}$, desde que a variação $\Delta_\phi(k)$ seja computada de forma a recair no intervalo $[-\pi, +\pi]$ (somando ou subtraindo 2π, se necessário).

Para testar o nosso patch e obter algumas medidas de erro dessas 3 estratégias, contrua uma abstração `[erroCent]` com dois inlets, um para uma estimativa $\tilde{f}_0$ e outra com o valor real de f_0, e que computa a expressão $1200\log_2\left(\frac{\tilde{f}_0}{f_0}\right)$ que corresponde ao desvio da estimativa em cents (100 cents = 1 semitom).

Alimente o `[rastreiaF0~ N]` com um oscilador senoidal de frequência f_0, e teste o seu patch com os parâmetros $N = 64, 256, 1024$ e com as frequências $f_0 = 100, 1000, 10000$, obtendo assim 3 tabelas (uma para cada método) com os 9 valores de erros em cents. Escreva essa tabela num arquivo texto e envie junto com os arquivos `erroCent.pd` e `rastreiaF0~.pd`.

DICAS:

Para tratar o parâmetro de inicialização, use a sequência `[loadbang] -> [f $1] -> [max 64] -> |; vetor resize $1<`.

Não será necessário considerar mudanças de tamanho de bloco no superpatch; ao invés disso, use um `[block~ $1]` no próprio `rastreiaF0~.pd`.

A entrada pode ser analisada com a sequência `[inlet~] -> [fft~] -> [cartopol~]`, sendo que os dois inlets devem ser enviados para duas tabelas com `[tabsend~]`, que conterão respectivamente os espectros de magnitude e de fase.

Para computar $\Delta_\phi(k)$ você deve lembrar do valor do espectro de fase no índice k computado na última janela. Para simplificar o trabalho, considere que o índice k não muda de uma janela para a outra (estaremos interessados em analisar sinais senoidais "estáveis"), e portanto basta armazenar o valor de fase encontrado no índice k no inlet frio de um objeto `[- ]`, o que deve acontecer *após* o cômputo da diferença entre o valor atual e o último valor que havia sido memorizado: primeiro calcula-se a diferença $\Delta_\phi(k) = \phi^{\text{atual}}(k) - \phi^{\text{antigo}}(k)$ e só depois se armazena o valor $\phi^{\text{atual}}(k)$ no inlet frio que representa $\phi^{\text{antigo}}(k)$.

Bom Trabalho!