BCC – MAC-315 – Programação Linear – 3ª Provinha

Data e hora de entrega: 12/6/2013 às 8:00 na sala B-5.

Nome:____ Nº USP: ☐☐☐☐☐☐☐ (i, j)

Instruções: As provinhas devem ser feitas individualmente. Os valores de i e j na questão 1 são os dois últimos dígitos do seu número USP: substitua estes valores antes de resolver a questão. Entregue sua provinha no dia 12/6/2013, imediatamente antes do início da aula.

Questão 1 Resolva o problema abaixo pelo simplex *tabular* de duas fases:

$$\begin{cases} \min & x_1 \\ \text{s.a} & x_1 - x_3 = \square \ \text{(i+1)} \\ & x_2 - x_4 = \square \ \text{(j+1)} \\ & x_1 + x_2 - x_5 = \square \ \text{(i+j+2)} \\ & x \geq 0 \end{cases}$$

Indique claramente o problema auxiliar correspondente à fase de inicialização, e todas as contas realizadas para a construção dos tableaux nas duas fases.

Questão 2 Considere a função Lagrangeano, definida como $L(x,p) = c'x + p'(b - Ax)$ para quaisquer $x \in \mathbb{R}^n$ e $p \in \mathbb{R}^m$. Considere o seguinte "jogo": o primeiro jogador escolhe um vetor $x \geq 0$ e o segundo jogador escolhe um vetor $p \in \mathbb{R}^m$; feito isso o primeiro jogador deve pagar o valor $L(x,p)$ para o segundo jogador (ou receber, se este valor for negativo). O primeiro jogador gostaria de minimizar a expressão $L(x,p)$ enquanto o segundo jogador gostaria de maximizá-la.

Um par (x^*, p^*) tal que $x^* \geq 0$ e $p^* \in \mathbb{R}^m$ é chamado de *ponto de equilíbrio (de Nash)* se

$$L(x^*, p) \leq L(x^*, p^*) \leq L(x, p^*), \ \forall x \geq 0, \ \forall p \in \mathbb{R}^m.$$

(assim, temos um equilíbrio se nenhum dos jogadores é capaz de melhorar o seu resultado modificando unilateralmente a sua escolha.)

Mostre que um par (x^*, p^*) é um ponto de equilíbrio se e somente se x^* e p^* são soluções ótimas do (PLC) e de seu dual, respectivamente.

Dica: Separe a demonstração da ida ($\Longrightarrow$ ou *"somente se"*) e da volta ($\Longleftarrow$ ou *"se"*). Atenção ao fato de que a *única* condição sobre $x^* \in \mathbb{R}^n$ e $p^* \in \mathbb{R}^m$ no enunciado é a propriedade $x^* \geq 0$, ou seja, na volta você deve mostrar a viabilidade de x^* e p^* nos respectivos problemas exclusivamente a partir das desigualdades da condição de equilíbrio de Nash.
