BCC – MAC-315 – Programação Linear – 2ª Provinha

Data e hora de entrega: 24/4/2013 às 8:00 na sala B-5.

Nome:____ Nº USP: $\boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{}\,\underset{\text{i}}{\boxed{}}\,\underset{\text{j}}{\boxed{}}$

Instruções: As provinhas devem ser feitas individualmente. Os valores de i e j na questão 1 são os dois últimos dígitos do seu número USP: substitua estes valores antes de resolver a questão. Entregue sua lista no dia 24/4/2013, imediatamente antes do início da aula.

Questão 1 Considere o poliedro canônico definido por $\{x \in \mathbb{R}^4 \mid Ax = b,\ x \geq 0\}$, onde

$$A = \begin{bmatrix} -1 & \overbrace{\boxed{}}^{j+2} & 1 & 0 \\ \overbrace{\boxed{}}^{i+2} & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} \overbrace{\boxed{}}^{(i+1)(j+2)} \\ \overbrace{\boxed{}}^{(i+2)(j+1)} \end{bmatrix}.$$

(este é o mesmo poliedro da questão 1 da provinha 1).

1. Enumere as bases e correspondentes soluções básicas;
2. para cada solução básica viável (vértice) escreva as direções básicas correspondentes às arestas que saem do vértice;
3. Para cada vértice v e direção básica d^j compute o custo reduzido $\bar{c}_j$ e o θ^* correspondente. Verifique as identidades $w = v + \theta^* d^j$ e $c'w = c'v + \theta^* \bar{c}_j$, onde w é o vértice vizinho de v na direção d^j.

Questão 2 Prove ou dê contra-exemplos para as afirmações abaixo:

1. Se um poliedro $P \subseteq \mathbb{R}^n$ possui algum vértice, então o problema $\left\{ \begin{array}{ll} \min & c'x \\ \text{s.a} & x \in P \end{array} \right.$ sempre possui um vértice ótimo.
2. Se o poliedro (não-canônico) $P = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b\}$ possui algum vértice v então $P = \{v\}$.
3. Todo poliedro $P \subseteq \mathbb{R}^n$ admite uma representação em $\mathbb{R}^n$ na forma canônica, isto é, existem $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $b \in \mathbb{R}^m$ tais que $P = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b,\ x \geq 0\}$.
4. Se $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ com $m > 0$, então o poliedro $P = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = 0,\ x \geq 0\}$ possui um único vértice $x = 0$, que é degenerado.
