MAC5722 – Complexidade Computacional

Quinta lista de exercícios

Entrega **6 de junho de 2010**

Exercício 1 [7.44 S] Digamos que duas fórmulas booleanas são **equivalentes** se têm o mesmo conjunto de variáveis e são satisfeitas pelo mesmo conjunto de atribuições às variáveis. Uma fórmula booleana é **mínima** se nenhuma fórmula boleana mais curta é equivalente a ela. Seja FÓRMULA-MIN a coleção de fórmulas booleanas mínimas. Mostre que se $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$, então FÓRMULA-MIN está em $\mathbf{P}$.

Exercício 2 [8.16 S]

a. Mostre que FÓRMULA-MIN está em **PSPACE**.

b. Explique por que esse argumento falha em mostrar que FÓRMULA-MIN está em **coNP**: Se ϕ não está em FÓRMULA-MIN, então ϕ tem uma fórmula mais curta equivalente a ela. Uma MTN pode verificar se ϕ não está em $\overline{\text{FÓRMULA-MIN}}$ adivinhando essa fórmula.

Exercício 3 [8.17 S] Seja A a linguagem de parênteses apropriadamente aninhados. Por exemplo, $\langle(())\rangle$ e $\langle(()(()))()\rangle$ estão em A, mas $\langle)(\rangle$ não está. Mostre que A está em $\mathbf{L}$.

Exercício 4 [9.6 S] Mostre que se A está em $\mathbf{P}$, então $\mathbf{P}^A = \mathbf{P}$.

Exercício 5 [9.9 S] Mostre que se $\mathbf{NP} = \mathbf{P}^{\text{SAT}}$, então $\mathbf{NP} = \mathbf{coNP}$.

Exercício 6 [9.11 S] Seja MÁX-CLIQUE $= \{\langle G, k\rangle :$ o maior clique de G tem k vértices$\}$. Mostre que MÁX-CLIQUE está em $\mathbf{P}^{\text{SAT}}$.

Exercício 7 [9.12 S] Descreva o erro na seguinte "prova" falaciosa de que $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$.

Suponhamos que $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$ e obtenhamos uma contradição. Se $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$, então SAT está em $\mathbf{P}$ e, portanto, para algum k temos SAT está em $\mathbf{TIME}(n^k)$. Por conseguinte, $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{TIME}(n^k)$. Entretanto, pelo teorema da hierarquia de tempo temos que $\mathbf{TIME}(n^{k+1})$ contém uma linguagem que não está em $\mathbf{TIME}(n^k)$, o que contradiz $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{TIME}(n^k)$. Logo, $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$.

Exercício 8 [9.19 S] Considere a linguagem USAT ("único SAT") formada pelas fórmulas booleanas que admitem uma **única** atribuição de valores que as satisfazem, ou seja,

$$\text{USAT} = \{\langle\phi\rangle : \phi \text{ é uma fórmula booleana com uma } \textbf{única} \text{ atribuição que a satisfaz}\}.$$

Mostre que USAT está em $\mathbf{P}^{\text{SAT}}$.