MAC5722 Complexidade Computacional

Segunda lista de exercícios

Entrega **4 de abril de 2010**

Exercício 1 (7.7 Sipser)
Mostre que **NP** é fechada sob união e concatenação.

Exercício 2 (7.9 Sipser)
Um **pentágono** em um grafo é um clique com 5 vértices. Mostre que

$$\text{PENTAGONO} = \{\langle G\rangle : G \ \text{ possui um pentágono}\}$$

está em **P**.

Exercício 3 (7.11 Sipser)
Chame os grafos G e H **isomorfos** se os vértices de G podem ser reordenados de modo que fique idêntico a H. Mostre que

$$\text{ISO} = \{\langle G, H\rangle : G \text{ e } H \text{ são isomorfos}\}$$

está em **NP**.

Exercício 4 (7.13 Sipser)
Uma permutação sobre o conjunto $\{1,\ldots,k\}$ é uma função bijetora sobre o mesmo. Quando p é uma permutação, p^t denota a composição de p com si mesma t vezes. Mostre que

$$\begin{aligned}\text{POT-PERM} = \{\langle p, q, t\rangle : p = q^t \text{ onde } p \text{ e } q \text{ são permutações}\\ \text{sobre } \{1,\ldots,k\} \text{ e } t \text{ é um inteiro em binário}\}\end{aligned}$$

está em **P**. (Note que o algoritmo óbvio não consome tempo polinomial. Dica: tente primeiro com t sendo uma potência de 2.)

Exercício 5 (7.14 Sipser)
Mostre que **P** é fechada sob a operação estrela.
(Dica: use programação dinâmica. Sobre uma cadeia de entrada $y = y_1 \cdots y_n$ para $y_i \in \Sigma$, construa uma tabela que indique, para cada para i, j com $i < j$, se a subcadeia $y_i \cdots y_j \in L^*$ para qualquer linguagem $L \in \mathbf{P}$.)

Exercício 6
Mostre que se $\mathbf{NP} \neq \mathbf{coNP}$ então $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$.

Exercício 7

a. O que é uma função polinomial?

b. O que é uma função exponencial?

c. Mostre que não existe função polinomial $f(n)$ tal que $n^{\lg n}$ é $\mathrm{O}(f(n))$.

d. Mostre que não existe função exponencial $g(n)$ tal que $n^{\lg n}$ é $\Omega(g(n))$.