



Desenvolvimento de Modelagem Matemática para Análise de Escoamentos Bifásicos Anulares

2008.08.01

**Coordenador Aristeu da Silveira Neto
FEMEC-UFU**

**Vice-coordenador Alexandre Megiorin Roma
IME-USP**

1 – Resumo

O grupo de pesquisa em Dinâmica dos Fluidos Computacional do Laboratório de Transferência de Calor e Massa e Dinâmica dos Fluidos (LTCM), FEM-UFU, tem atuado, nos últimos 15 anos, na linha de pesquisa de Modelagem Matemática de Escoamentos Turbulentos Monofásicos e Bifásicos. As duas maiores ênfases têm sido voltadas para a modelagem da turbulência e para a modelagem detalhada de escoamentos bifásicos. Várias atividades têm sido desenvolvidas nas áreas de ensino, pesquisa e extensão, consonantes com interesses da PETROBRAS: disciplinas de Turbulência em Fluidos foram ministrados para engenheiros do CENPES e da PETROBRAS; dissertações de mestrado e teses de doutorado têm sido orientadas também com aplicações voltadas para o setor de petróleo (e.g. interação fluido-estrutura, escoamentos bifásicos, ciclones e hidro-ciclones) e o desenvolvimento de ferramentas numéricas, como a modelagem matemática de escoamentos transicionais e turbulentos em condutos anulares com excentricidade variável – aplicações em tecnologia de perfuração em águas profundas.

Cooperações científicas têm sido estabelecidas e desenvolvidas com outras instituições federais e estaduais de ensino superior. Dentre elas destaca-se a cooperação com o Instituto de Matemática e Estatística (IME), USP, na qual muito se tem desenvolvido na área de modelagem matemática de escoamentos bifásicos e escoamentos com interação fluido-estrutura. Com a presente proposta, os grupos de pesquisa em CFD do Laboratório de Transferência de Calor e Massa (LTCM), FEM-UFU, e do IME-USP objetivam o desenvolvimento e a implementação de modelos matemáticos para a simulação numérica de escoamentos turbulentos bifásicos. A ênfase maior será dada para a modelagem fina de escoamentos bifásicos do tipo *escoamentos anulares*. Para a modelagem do transporte e da dinâmica de interfaces fluido-fluido e fluido-sólido será utilizada uma metodologia híbrida baseada em métodos de captura (*front-capturing methods*), de acompanhamento de interface (*front-tracking methods*) e de representação de estruturas rígidas (Modelo Físico Virtual), assim como técnicas de refinamento adaptativo de malhas. Dentre as possíveis aplicações, está a modelagem, a simulação e a análise de estabilidade de escoamentos anulares em condutos circulares, com interface bifásica móvel e deformável.

Este é um dentre três projetos na área de dinâmica de escoamentos bifásicos que estão sendo propostos prevendo execução simultânea e colaboração com o grupo de CFD do IME-USP.



2 – Equipe Executora

- Prof. Aristeu da Silveira Neto, Dr. Ing. – Coordenador, LTCM / FEM-UFU.
- Prof. Alexandre Megiorin Roma, Ph.D. – Coordenador, IME-USP.
- Dra. Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva – Executora.
- Dra. Millena Martins Villar – Executora.
- MSc. Márcio Pivello – Executor.
- Aluno de Mestrado a ser recrutado – Participante.
- Aluno de Iniciação Científica a ser recrutado – Participante.

3 – Objetivos

Visando a análise fina da dinâmica de escoamentos anulares em diversas situações de interesse prático, será dada continuidade às investigações de modelos matemáticos, de metodologias numéricas e de técnicas computacionais necessários ao desenvolvimento de códigos computacionais para simular de maneira eficiente escoamentos incompressíveis bifásicos. A proposta ora apresentada busca continuar as atividades de cooperação científica entre o LTCM e a PETROBRAS na área de modelagem matemática e de simulação numérica de escoamentos multifásicos.

Os pontos de partida serão os códigos computacionais para tais escoamentos em duas e em três dimensões desenvolvidos conjuntamente no LTCM, FEM-UFU, e no IME-USP. Tais códigos empregam a formulação matemática baseada em variáveis primitivas (velocidade e pressão) cuja discretização espacial é realizada em malhas cartesianas bloco-estruturadas contendo refinamento adaptativo. O uso desse tipo de discretização espacial permite incrementar a acurácia da solução numérica em regiões do escoamento de especial interesse (e.g. ao redor de interfaces, em regiões de alta vorticidade e/ou turbulência).

Um primeiro objetivo central é o de estender o código bidimensional serial atual de maneira a conferir-lhe características que possibilitem os estudos das dinâmicas de fragmentação/coalescência da interface de separação entre as fases e de interações do tipo fluido bifásico e paredes próximas (*escoamento trifásico*). Além disso, o código será estendido de forma a também permitir a simulação computacional da ação de surfactantes. Pretende-se comparar, quando possível, os resultados numéricos bidimensionais com resultados experimentais obtidos em laboratório e/ou com resultados encontrados na literatura.

Um segundo objetivo central é o avanço no desenvolvimento de um código tridimensional serial. Para isto, partir-se-á de códigos computacionais existentes ou em desenvolvimento no LTCM, FEM-UFU, e no IME-USP. Mais especificamente, partir-se-á de: (i) um código que resolve as equações de Navier-Stokes em malhas tridimensionais com refinamento adaptativo e (ii) de um código serial que integra as equações do movimento dos pontos lagrangianos que discretizam as interfaces de separação entre as fases e que tem implementada uma função indicadora de fluidos, componente responsável por discernir as duas fases entre si.

Um aspecto especialmente relevante à PETROBRAS - e que merece ser destacado - é que se pretende buscar, entre outras características peculiares a este tipo de escoamento, a velocidade de deslizamento entre as duas fases. Este parâmetro pode ser utilizado pela PETROBRAS em códigos computacionais simplificados para aplicações de engenharia.

Tais objetivos serão alcançados por intermédio do cumprimento de várias etapas as quais estão detalhadas mais adiante.

4 – Justificativas

Escoamentos bifásicos anulares são muito freqüentes em problemas industriais da área de extração e transporte de petróleo. A Fig. 1 ilustra os regimes mais comuns e conhecidos de escoamentos bifásicos que podem ser classificados de forma geral nas categorias de escoamento separado ou disperso, dependendo das propriedades e velocidades dos fluidos e da inclinação e do diâmetro do tubo (Lum et al., 2004).

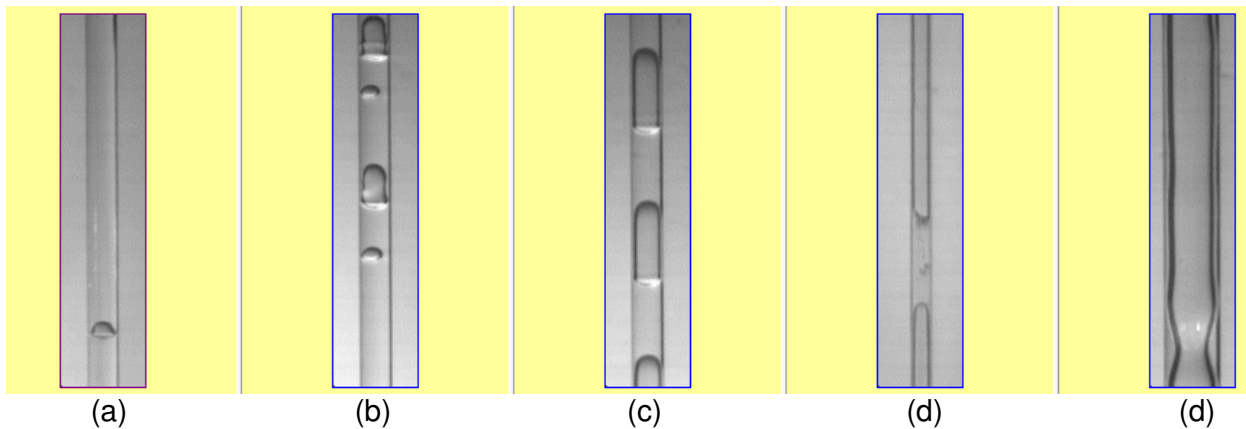


Figura 1. Regimes de escoamentos em um conduto circular vertical.

De particular interesse, é o escoamento anular ilustrado na Fig. 1-(d). Este padrão é comumente encontrado, por exemplo, no processo de injeção de água para o transporte de óleos pesados, conhecido como método *Core Flow* (Charles et al., 1961 e Russel et al., 1959). Neste caso, dois fluidos escoam com velocidades diferentes, fazendo com que um dos fluidos escoe junto da parede e o outro escoe no centro do conduto circular. Este é o regime anular. Se o fluido junto à parede é menos viscoso, a perda de carga do escoamento global é menor que se existisse apenas o fluido do núcleo do escoamento. Dados da literatura mostram que a redução na queda de pressão pode chegar a dezenas de vezes, quando se utiliza este mecanismo de redução do atrito viscoso e com isto reduzir drasticamente a potencia de bombeamento dos fluidos.

Até uma dada relação de velocidades o escoamento permanece estável. Após um dado valor desta diferença de velocidade o escoamento se torna instável, conforme ilustra a Fig. 2. Caso esta instabilidade venha se amplificar, o regime de escoamento anular pode ser interrompido e a perda de pressão aumenta bruscamente. Como comentado por Ooms (1972) as instabilidades podem ser do tipo Rayleigh-Taylor devido ao efeito combinado da tensão interfacial e/ou gradientes de densidade desfavoráveis nos dois fluidos e do tipo Kelvin-Helmholtz devido à um desequilíbrio das velocidades interfaciais dos fluidos.

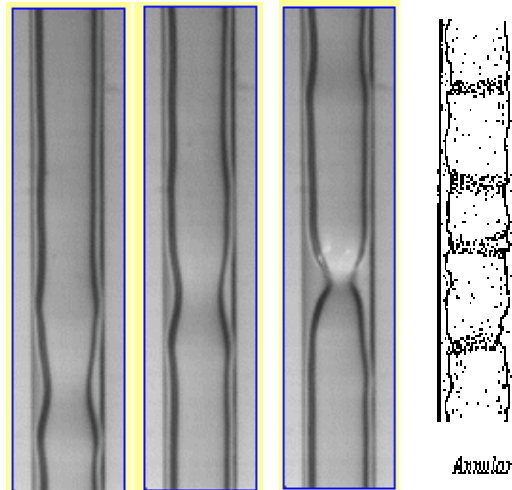


Figura 2. Instabilidade de interface em escoamento anular.

Assim, o estudo detalhado da formação e do transporte destas instabilidades é de fundamental importância para o domínio desta tecnologia de redução de perda de pressão ou da redução da potência de bombeamento. Devido à grande dificuldade de se estudar experimentalmente os detalhes deste problema, a metodologia de modelagem matemática e de simulação numérica possibilita o desenvolvimento de ferramentas computacionais de grande potencial para a análise detalhada deste tipo de problema físico.

Trata-se de um problema físico de alta complexidade, o qual reúne as seguintes características físicas: regime de turbulência, interface móvel instável, mudança brusca de propriedades físicas (massa específica e viscosidade).

No presente projeto propõe-se a aplicação das metodologias numéricas mais modernas da atualidade para se buscar evidenciar e estudar a dinâmica deste tipo de escoamento. Para a solução das equações diferenciais de transporte será utilizado o método das diferenças finitas com malhas deslocadas. O acoplamento pressão velocidade será feito via método dos passos fracionados (Harlow e Welch, 1965; Chorin, 1968; Armfield e Street, 1999). A solução do sistema linear dar-se-á pelo método Multigrid-Multinível baseado nos trabalhos de Almgren et al. (1998), Martin e Cartwright (1996), Martin e Colella (2000), Douglas et al. (2004) e Roma (1996). A modelagem da interface será feita utilizando o método híbrido acompanhamento-captura de interface. Finalmente, como grande diferencial para a solução deste tipo de problema, que exige malha muito refinada localmente, será utilizada a metodologia de malha adaptativa dinâmica, AMR, Berger e Rigoutsos (1991).

Não menos importante e desafiadora é a questão da modelagem da turbulência. Para este tratamento será utilizada a metodologia de Simulação de Grandes Escalas, com modelagem sub-malha.

Além das anteriores, o presente projeto se justifica pelas seguintes razões:

- pela formação de pessoal de alto nível de qualificação (Engenheiros, Mestres, Doutores e Pós-doutores)



- pelo desenvolvimento de metodologias apropriadas à solução de problemas de dinâmica de fluidos bifásicos complexos (Unverdi e Tryggvason, 1992; Villar, M. M. 2007, Souza et al., 2004)
- pelo desenvolvimento de metodologias apropriadas ao tratamento de problemas físicos envolvendo fragmentação e coalescência de interfaces
- pelo desenvolvimento de metodologias apropriadas ao tratamento de surfactantes (Ceniceros, 2002)
- pelo desenvolvimento de metodologias apropriadas ao tratamento de interações tríplexes entre o fluido bifásico e as paredes rígidas do duto
- pelo desenvolvimento de softwares que permitam lidar com regimes transientes com modelagem da turbulência (Labourasse et al., 2007; Silveira-Neto e Mansur, 2003) para LES (*Large Eddy Simulation*), empregando refinamento adaptativo de malhas (Roma, 1999; Berger e Olinger, 1984; Zheng, 2005) para analisar a dinâmica de escoamentos anulares.
- obtenção de informações sobre o desenvolvimento de instabilidades na interface de separação entre as fases e sua interação com as paredes do duto
- obtenção de informações sobre dinâmica de fragmentação e coalescência de interfaces
- obtenção de informações sobre a ação de surfactantes na deformação e dinâmica de de interfaces em escoamentos anulares

5 – Metodologia de desenvolvimento do projeto

Um escoamento bifásico sem mudança de fase pode ser modelado pelo seguinte sistema de equações:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = \nabla \cdot \left[\mu \left(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T \right) \right] - \nabla p + \rho \vec{g} + \vec{f} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{f}(\vec{x}, t) = \int_{\Omega} \vec{F}(\vec{X}, t) \delta(\vec{x} - \vec{X}) dx, \quad (3)$$

$$\vec{F}(\vec{X}, t) = \frac{\partial T}{\partial s} \vec{i} + T \left\| \frac{\partial \vec{X}}{\partial s} \right\| \kappa \vec{n}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \vec{X}(s, t)}{\partial t} = \int_{\Omega} \vec{u}(\vec{X}, t) \delta(\vec{x} - \vec{X}) dx. \quad (5)$$

Nas equações acima, \vec{f} representa tanto o campo de força interfacial quanto o campo de força que modela as paredes rígidas do duto. A modelagem da estrutura rígida empregará o *Modelo Físico Virtual*, uma metodologia introduzida Fernandes et al., 2003. O termo forçante é nulo, exceto sobre a interface s entre dois fluidos de propriedades físicas diferentes e numa vizinhança das paredes do duto; δ é a função Delta de Dirac; T é o coeficiente de tensão interfacial; \vec{n} é o vetor normal unitário e \vec{i} é o vetor tangente unitário; κ é a curvatura da interface. A equação (5) permite o transporte de uma interface com uma velocidade $\vec{u}(\vec{X}, t)$ a qual é determinada pela interpolação do campo de velocidade $\vec{u}(\vec{x}, t)$. O



campo de força $\vec{f}(\vec{x}, t)$ por unidade de volume resulta da distribuição da intensidade de força da interface $\vec{F}(\vec{X}, t)$, realizada por meio da equação (3). As equações (1) e (2) resultam da simplificação das equações para escoamentos compressíveis, usando-se a hipótese de que as propriedades físicas ρ e μ são constantes sobre uma linha de corrente. Esta formulação foi apresentada inicialmente por Peskin (1977) e Unverdi e Tryggvason (1992).

A solução das Eqs. (1) e (2) supõe o conhecimento das propriedades físicas do fluido as quais são constantes exceto sobre a interface. Para o cálculo das propriedades físicas da fase contínua e da fase dispersa e para a região de transição entre ambas as fases, utiliza-se a função indicadora proposta por Ceniceros e Roma (2005), a qual é baseada em técnicas de geometria computacional. Assim a função indicadora $\psi(\vec{X}(s, t))$ assume o valor 0 na fase contínua e 1 na fase dispersa. As propriedades físicas são então obtidas pelas relações:

$$\begin{aligned}\rho(\psi) &= \rho_c + (\rho_d - \rho_c)\psi(\vec{X}(s, t)), \\ \mu(\psi) &= \mu_c + (\mu_d - \mu_c)\psi(\vec{X}(s, t)),\end{aligned}\tag{6}$$

onde μ_d e ρ_d são as propriedades da fase dispersa (bolha) e μ_c e ρ_c são as propriedades da fase contínua.

Para a solução numérica das Eqs. (1) e (2), a discretização temporal baseada no esquema numérico empregado por Badalassi *et al.* (2003), a qual é definida como uma discretização semi-implícita de segunda ordem, é aplicada. O método de Gear extrapolado utilizado na discretização temporal e o método de Diferenças Finitas na discretização espacial em conjunto com um arranjo co-localizado asseguram segunda ordem de precisão e um eficiente e robusto esquema modular. O método dos Passos Fracionados permite o acoplamento entre as velocidades e a pressão, desta forma as equações de conservação da quantidade de movimento são resolvidas de forma semi-implícita. Uma equação de Poisson para a correção de pressão é obtida utilizando-se as equações de balanço da quantidade de movimento e da massa, a qual é resolvida de forma implícita pelo método multigrid-multilevel. A combinação de uma metodologia semi-implícita juntamente com o refinamento adaptativo localizado garante a robustez e a eficiência do código ao se utilizar espaçamentos estritamente pequenos e largos passos no tempo da ordem do espaçamento malha gerada.

O projeto ora proposto será desenvolvido com a colaboração do grupo de CFD do IME-USP tendo o envolvimento direto do Professor Alexandre Roma. Planeja-se também uma visita de curto período da Dra. Millena Martins Villar à UCSB durante o estudo e implementação de modelos da ação de surfactantes, uma das áreas de atuação do Professores Hector D. Ceniceros, colaborador de longa data do Professor Alexandre Roma e, mais recentemente, colaborador do grupo de CFD do LTCM. Essa visita não só agilizará a investigação e a implementação de modelos sobre a ação de surfactantes como também ampliará e fortalecerá os laços que unem os três grupos de CFD: LTCM, IME-USP e UCSB.

6 – Etapas detalhadas do projeto



1. Averiguar o “estado da arte” por intermédio de uma revisão meticulosa da literatura, em especial, as publicações recentes envolvendo *front-tracking* e *front-capturing methods*, novos desenvolvimentos e aplicações. Deve-se estar atento também aos progressos e às aplicações de técnicas de refinamento adaptativo de malhas (*Adaptive Mesh Refinement – AMR*) e, além disso, é necessário investigar o que de mais moderno existe no âmbito de modelos matemáticos e heurísticos para o tratamento de processos de fragmentação/coalescência de interfaces, sobre a ação de surfactantes e sobre interações tríplices parede-fluido-fluido.
2. Continuar o desenvolvimento do código para simular escoamentos bifásicos bidimensionais do LTCM, FEM-UFU, e do IME-USP. Mais especificamente:
 - a. Estudar a metodologia numérica empregada no código computacional que simula escoamentos bifásicos bidimensionais com interfaces elásticas imersas
 - b. Rever, otimizar e documentar a implementação corrente tornando o código mais eficiente, claro e fácil de ser utilizado por outros usuários. Rodar testes iniciais para a apropriação adequada e completa desse código.
 - c. Rodar casos obter estimativas preliminares da velocidade de deslizamento entre as interfaces fluido-fluido.
 - d. Implementar a estratégia do Modelo Físico Virtual para representar as paredes rígidas do duto. Rodar testes e simular os casos de instabilidades bidimensionais comparando, quando possível, com resultados experimentais e com outros encontrados na literatura.
 - e. Investigar e implementar modelos de fragmentação/coalescência de interfaces. Rodar testes preliminares e comparar com resultados experimentais, se possível, e com outros encontrados na literatura.
 - f. Rodar casos de interesse prático dentro contexto de escoamentos anulares bidimensionais com fragmentação e coalescência de interfaces, desprezando os efeitos de parede.
 - g. Investigar modelos matemáticos e metodologias apropriadas para a simulação da interação tríplice parede-fluido-fluido. Implementar e testar tais modelos e metodologias comparando, quando possível, com resultados experimentais e outros encontrados na literatura.
 - h. Visita ao Professor Dr. Hector D. Ceniceros, UCSB, Santa Bárbara, Estados Unidos. Nessa visita, a intenção é a de investigar e de implementar modelos para a ação de surfactantes.
 - i. Rodar casos no contexto de escoamentos anulares e comparar, quando possível, com resultados experimentais e com outros encontrados na literatura.
3. Avançar no desenvolvimento do código computacional para resolver as equações de Navier-Stokes em três dimensões. Para isto é necessário:



- a. Estudar a metodologia numérica empregada no código atual.
 - b. Rever e otimizar a implementação corrente tornando o código mais eficiente, claro e fácil de ser utilizado por outros usuários.
 - c. Rodar testes iniciais para a apropriação adequada e completa desse código.
 - d. Investigar e implementar uma seleção de modelos de turbulência.
 - e. Rodar testes e comparar, quando possível, com resultados experimentais e com outros encontrados na literatura.
4. Avançar no desenvolvimento do código computacional para resolver as equações do movimento dos pontos lagrangianos em três dimensões, os quais discretizam a interface de separação entre as duas fases coexistentes. Para isto é necessário:
- a. Estudar a metodologia numérica empregada no código atual.
 - b. Rever e otimizar a implementação corrente tornando o código mais eficiente, claro e fácil de ser utilizado por outros usuários.
 - c. Rodar testes iniciais para a apropriação adequada e completa desse código.
 - d. Modificar o esquema de discretização temporal para um esquema numérico de segunda ordem.
 - e. Implementar o cálculo de quantidades geométricas definidas sobre a interface (normal e curvatura), necessárias ao cálculo da força lagrangiana que atua sobre a interface de separação
 - f. Implementar a operação de “espalhamento” da força lagrangiana para a malha euleriana que discretiza o fluido.
 - g. Investigar e implementar formas de se regularizar, ao longo do tempo, a malha lagrangiana para manter sua boa qualidade e as propriedades de estabilidade numérica.
 - h. Rodar testes computacionais de evolução da interface e do cálculo da função indicadora de fluidos.
5. Integrar num único código os códigos resultantes das etapas 3 e 4. O resultado será um código com capacidade de simular escoamentos tridimensionais bifásicos.
6. Rever e ampliar os critérios empregados para determinar os instantes nos quais a malha espacial deve ser substituída (critérios baseados nos valores de vorticidade e/ou turbulência). Rodar testes e comparar, quando possível, com resultados experimentais e com outros encontrados na literatura.
7. Implementar a estratégia do Modelo Físico Virtual em três dimensões e incorporar a modelagem das interações fluido-fluido-parede.
8. Rodar casos de interesse prático dentro do contexto de escoamentos anulares.
9. Elaborar relatórios do período.

7 – CRONOGRAMA DE EXECUÇÃO E DISTRIBUIÇÃO DE ATIVIDADES

- Prof. Aristeu da Silveira Neto: coordenação e participação no desenvolvimento de todas as etapas.



- Prof. Alexandre Megiorin Roma: coordenação e participação no desenvolvimento de todas as etapas.
- Dra. Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva: desenvolvimento de acordo com o quadro abaixo
- Dra. Millena Martins Villar: desenvolvimento de acordo com o quadro abaixo.
- Dr. José Eduardo de Oliveira: desenvolvimento de acordo com o quadro abaixo.
- Aluno de Mestrado a ser recrutado: desenvolvimento, implementação e aplicações bidimensionais.
- Aluno de IC: participação em simulações bidimensionais.

participante	Lima e Silva, ALF		Villar, MM	Oliveira, JE	Coordenadores	
	primeiro	segundo	terceiro	quarto	quinto	sexto
etapa 1						
2	b	e / h	h			
3	a / c	c / e	f - g	i		
4	a - c	d - e		a / c		
5			a - d	e - h		
6				a / c		
7						
8						
9						

Referências Bibliográficas

Almgren, A. S., Bell, J B., Colella, P., Howell, L. H. e Welcome, M. L., 1998. A Conservative Adaptive Projection Method for the Variable Density Incompressible Navier-Stokes Equations. *Journal of Computational Physics*, vol. 142, pp 1-46.

Armfield, S. e Street, R. The Fractional-Step Method for the Navier–Stokes Equations on Staggered Grids: The Accuracy of Three Variations. *Journal Computational Physics*, vol. 153, pp. 660-665.

Badalassi, V. E., Cenicerros, H. D. and Banerjee S. *Computation of Multiphase Systems with Phase Field Models*. *Journal of Computational Physics*, Vol.190, p 371-397, 2003.

Berger, M. J. e Olinger, J. *Adaptive Mesh Refinement for Hyperbolic Partial Differential Equations*. *Journal of Computational Physics*, Vol. 53, p. 484, 1984.

Berger, M. J. e Rigoutsos, I., 1991. An Algorithm for Hyperbolic Partial Diferential Equations, *IEE Trans. Systems Man and Cybernet*, vol. 21 pp 1278-1286.



- Bonometti, T. e Magnaudet, J. *An Interface-Capturing Method for Incompressible Two-Phase Flows. Validation and Application to Bubble Dynamics*. International Journal of Multiphase Flow, vol. 33 , p. 109–133, 2007.
- Bunner, B. e Tryggvason, G. *Dynamics of Homogeneous Bubble Flows. Part 1. Rise Velocity and Microstructure of the Bubbles*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 466, p. 17-52, 2002.
- Bunner, B. e Tryggvason, G. *Dynamics of Homogeneous Bubble Flows. Part 2. Rise Velocity Fluctuations*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 466, p. 53-84, 2002.
- Bunner, B. e Tryggvason, G. *Effect of Bubble Deformation on the Properties of Bubbly Flows*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 495, p. 77-118, 2003.
- Ceniceros, H. D. *The effects of surfactants on the formation and evolution of capillary waves*, Physics of Fluids, Vol. 15, p. 245-256, 2003.
- Ceniceros, H. D. and Roma, A. M. *A Multi-Phase Flow Method with a Fast, Geometry-Based Fluid Indicator*. Journal of Computational Physics, Vol. 205, p. 391-400, 2004.
- Charles, M.E., Govier, G.W., Hodgson, G.W., 1961. The horizontal pipeline flow of equal density oil – water mixtures. Canadian Journal of Chemical Engineering, vol. 39 (1), pp. 27–36.
- Chorin A. J., 1968, Numerical solution of the Navier-Stokes equations. Math. Comput., vol. 22, pp. 745-762.
- Douglas, C. C., Thorne, D. T., Hu, J., Ray, J. e Tuminaro, R. S., 2004. Cache Aware Multigrid on Two Dimensional Adaptively Refined Meshes', European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004.
- Esmaili, A. e Tryggvason, G. *An Inverse Energy Cascade in Two-Dimensional, Low Reynolds Number Bubbly Flows*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 242, p. 655-700, 1996.
- Esmaili, A. e Tryggvason, G. *Direct Numerical Simulations of Bubbly Flows Part 1. Low Reynolds Number Arrays*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 377, p. 313- 345, 1998.
- Esmaili, A. e Tryggvason, G. *Direct Numerical Simulations of Bubbly Flows Part 2. Moderate Reynolds Number Arrays*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 385, p. 325-358, 1999.
- Fernandes, A. L. ; Silveira-Neto, A. ; Damasceno, J. J. R. . *Numerical Simulation of Two Dimensional Flows over a Circular Cylinder using the Immersed Boundary Method* . Journal of Computational Physics, Estados Unidos, v. Em Pub, p. 351-370, 2003.
- Harlow F. e Welch E., 1965, Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. Physics of Fluids, vol 8, pp. 2182-2189.
- Labourasse, E., Lacanette, D., Toutant, A., Lubin, P., Vincent, S., Lebaigue, O., Caltagirone, J-P, Sagaut, P., 2007, *Towards Large Eddy Simulation of Isothermal Two-Phase Flows: Governing Equations and a Priori Tests*. International Journal of Multiphase Flow, vol. 33 p. 1–39.



Lum, J.Y.-L., Lovick, J., Angeli, P., 2004. Low inclination oil–water flows. *Canad. J. Chem. Eng.*, vol. 82, pp. 303–315.

Martin, D. e Cartwright, K., 1996. Solving Poisson's Equation Using Adaptive Mesh Refinement.

Martin D. F. e Colella P., 2000. A Cell-Centered Adaptive Projection Method for the Incompressible Euler Equations. *Journal of Computational Physics*, vol. 163, pp. 271-312.

Ooms, G., 1972 The hydrodynamic stability of core annular flow of two ideal liquids, *Applied Science Reserch*, vol. 26, pp. 147-158 .

Peskin, C. S. *Numerical Analysis of Blood flow in the Heart*. *Journal of Computatinal Physics*, vol. 25, p. 220, 1977.

Roma, A. M., Peskin C. S., e Berger, M. J., 1999. *An Adaptive Version of the Immersed Boundary Method*. *Journal of Computational Physics*, Vol. 153, p. 509-534.

Roma, A. M., 1996. A multilevel Self Adaptive Version of the Immersed Boundary Method. Tese de doutorado, New York University.

Russel, T. W. F. e Charles, M. E., 1959, The effect of the less viscous liquid in the laminar flow of two-immiscible liquids, *Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 37, pp.18-24.

Sousa, F. S., Mangiavacchi, N., Nonato, L. G., Castelo, A., Tomé, M. F., Ferreira, V. G., Cuminato, J. A. e Mckee, S. *A Front-Tracking/Front-Capturing Method for the Simulation of 3D Multi-Fluid Flows with Free Surfaces*. *Journal of Computational Physics*, vol. 198, p. 469-499, 2006.

Unverdi, S. O. e Tryggvason, G, 1992. *A Front-Tracking Method for Viscous, Incompressible, Multi-Fluid Flows*. *Journal Computational Physics*, Vol. 100 p. 25.

Villar, M. M. *Análise Numérica Detalhada de Escoamentos Multifásicos Bidimensionais*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 2007.

Silveira-Neto, A. e Mansur, S. S. *Turbulência*. Universidade Federal de Uberlândia, Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas, 2003.

Sugioka, K.-I., Komori, S. *Drag and Lift Forces Acting on a Spherical Water Droplet in Homogeneous Linear Shear Air Flow*. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 570, p. 155-175, 2007.

Sussman, M., Almgren, A., Bell, J., Colella, P., Howell, L. e Welcome, M. *An Adaptive Level-Set Approach for Incompressible Two-Phase Flows*. *J. Comput. Phys.*, vol. 148, p. 81-124, 1999.

Zheng, X., Lowengrub, J., Anderson, A. e Crsitini, V. *Adaptive Unstructured Volume Remeshing – II: Application to Two- and Three-Dimensional Level-Set Simulations of Multiphase Flow*. *Journal of Computational Physics*, vol. 208, p. 626-650, 2005..